



ПРОЈЕКТОВАЊЕ ПРОИЗВОДНИХ СИСТЕМА

ОРГАНИЗАЦИЈА ПРОИЗВОДЊЕ ВИШЕ VRSTA
ПРОИЗВОДА СА ИСТИМ СРЕДСТВИМА ЗА РАД



ORGANIZACIJA PROIZVODNJE VIŠE VRSTA PROIZVODA SA ISTIM SREDSTVIMA ZA RAD

- Sa istom opremom, sredstvima za rad, treba proizvoditi više različitih proizvoda.
- Tražnja za proizvodima je mala, odnosno prodajna mogućnost svake vrste proizvoda je znatno manja od količine koju je moguće proizvesti u posmatranom intervalu vremena, tako da se ona može proizvesti za samo jedan deo raspoloživog vremena u godini dana.
- **Osnovni cilj:** ostvariti optimalni plan proizvodnje a izbeći zastoje u proizvodnji, odnosno što bolje koristiti raspoložive kapacitete i izbeći velike troškove skladištenja gotovih proizvoda.
- Redosled proizvodnje vrsta proizvoda određen je konstrukcijom proizvoda i tehnologijom njihove izrade, odnosno procesom pripreme proizvodnje za svaki proizvod.
- **Kriterijum optimalnosti:** ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha
- **Cilj:** odrediti najekonomičniji, optimalni, zbirni ciklus proizvodnje koji će omogućiti ostvarenje minimalnih ukupnih troškova pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda.



Definisanje problema i oznaka

Za jedan proizvodni proces poznato je sledeće:

$i = 1, 2, \dots, m$ - broj vrsta proizvoda koje sa istim sredstvima za rad treba proizvoditi, u posmatranom vremenskom intervalu i optimalni redosled proizvodnje svih vrsta proizvoda;

$Q_i \left[\frac{\text{kol.jed.}}{\text{int.}} \right]$ - planirani obim proizvodnje i -tog proizvoda za posmatrani interval (najčešće je to količina koja se može prodati, odnosno prodajna mogućnost u posmatranom intervalu);

$T \left[\frac{\text{dan}}{\text{int.}} \right]$ - dužina posmatranog intervala, najčešće je to godina dana;

$pd_i \left[\frac{\text{kol.jed.}}{\text{dan}} \right]$ - proizvodnja i -tog proizvoda u jednom danu;

$trp_i \left[\frac{\text{nov.jed.}}{\text{ser.}} \right]$ - troškovi pripreme jedne serije i -te vrste proizvoda;

$trs_i \left[\frac{\text{nov.jed.}}{\text{kol.jed.dan}} \right]$ - troškovi skladištenja jedinice i -tog proizvoda u jednom danu.



Definisanje problema i oznaka

Potrebno je odrediti:

$N \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$ - broj složenih ciklusa proizvodnje u posmatranom intervalu;

$T_c \left[\frac{\text{dan}}{\text{cikl.}} \right]$ - dužinu složenog ciklusa proizvodnje, odnosno optimalno vreme proizvodnje po jednoj seriji svake vrste proizvoda;

$q_i \left[\frac{\text{kol.jed.}}{\text{ser.}} \right]$ - veličinu serije i-tog proizvoda;

$t_i \left[\frac{\text{dan}}{\text{ser.}} \right]$ - vreme proizvodnje jedne serije i-tog proizvoda;

$TR \left[\frac{\text{n.j.}}{\text{int.}} \right]$ - ukupne troškove pripreme serija i čuvanje zaliha gotovih proizvoda.

Kriterijum optimalnosti: $TR = TR_1 + TR_2$

TR_1 – ukupni troškovi pripreme serija svih proizvoda

TR_2 – ukupni troškovi čuvanja zaliha svih proizvoda



Modeli optimizacije serija

Model 1:

Dnevna proizvedena količina jednim stalnim delom svakodnevno ulazi u skladište, gde se stvara zaliha, a drugim svojim delom svakodnevno ulazi u narednu proizvodnju ili se prodaje, bez skladištenja.

Model 2:

Dnevna proizvedena količina u celosti svakodnevno ulazi u skladište, gde se stvara zaliha. Tražnja za proizvodom, dok se proizvodi njegova serija, se zanemaruje.

Model 3:

Deo dnevno proizvedene količine svakodnevno ulazi u narednu proizvodnju ili se prodaje bez skladištenja, a preostali deo ide u skladište tek kada se proizvede cela serija, i tek tada nastaju troškovi skladištenja.

Model 4:

Tek kada se završi proizvodnja cele serije, tada cela proizvedena količina odlazi u skladište. Tražnja za proizvodom, dok se proizvodi njegova serija, se zanemaruje.



MODEL 1

Dnevna proizvedena količina jednim stalnim delom svakodnevno ulazi u skladište, gde se stvara zaliha, a drugim svojim delom svakodnevno ulazi u narednu proizvodnju ili se prodaje, bez skladištenja.

Pri rešavanju ovog zadatka serijske proizvodnje treba uvesti sledeće prepostavke:

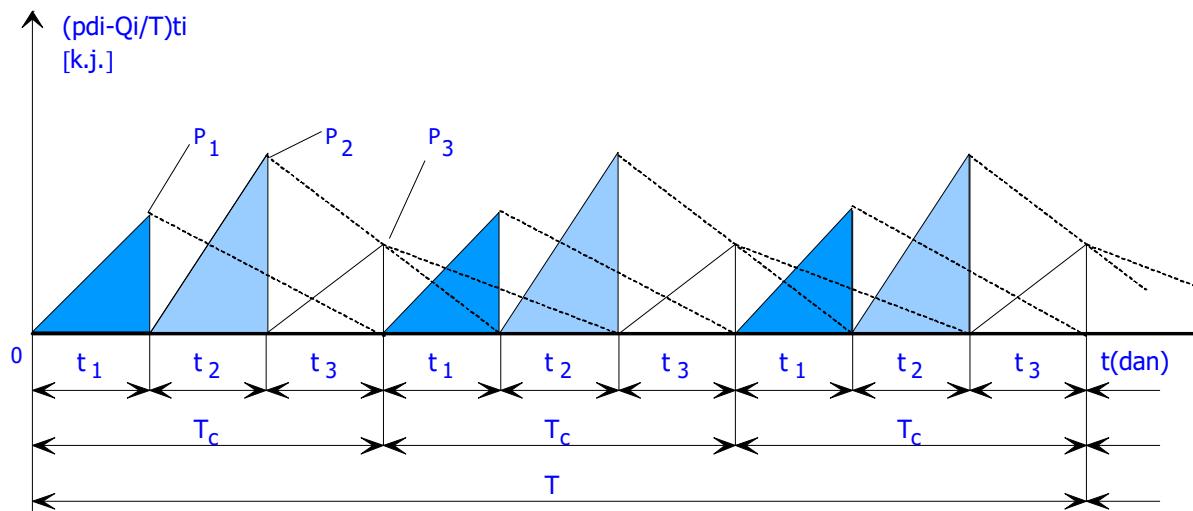
- 1) Proizvodnja po danu i dnevna tražnja svake vrste proizvoda konstantne su veličine, tj.

$$pd_{i=const.}, \quad (i = 1, 2, \dots, m). \\ \frac{Q_i}{T} = const.,$$

- 2) Interval posmatranja T predstavlja ukupan broj dana proizvodnje i isti je za svaku vrstu proizvoda.
- 3) Interval T je deo dužeg vremenskog razdoblja u kome se serijska proizvodnja odvija na isti način.

MODEL 1

Kretanje proizvodnje i potrošnje tri proizvoda u vremenu:

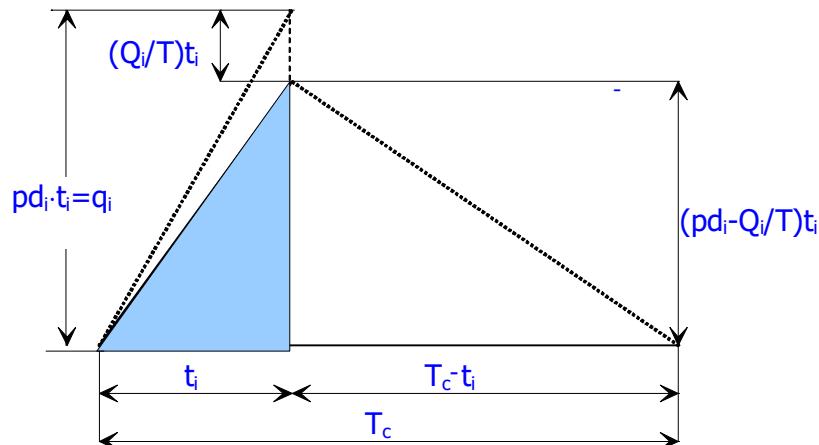


Dijagram je nacrtan za slučaj potpunog korišćenja kapaciteta za posmatranu proizvodnju, tj. kada je:

$$\sum_{i=1}^m \frac{Q_i}{pd_i} = T \Rightarrow \sum_{i=1}^m \frac{q_i}{pd_i} = Tc.$$

MODEL 1

Promena količine i-tog proizvoda u vremenu, ako se posmatra samo jedna serija:

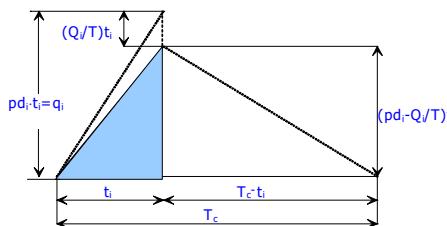


$q_i = pd_i \cdot t_i \left[\frac{k.j.}{ser.} \right]$ - veličina serije i-te vrste proizvoda, odn. količina koja se proizvede za t_i dana;

$\frac{Q_i}{T} * t_i \left[\frac{k.j.}{ser.} \right]$ - količina i-te vrste proizvoda iz okvira jedne serije koja je potrošena za vreme izrade serije;

$(pd_i - \frac{Q_i}{T}) * t_i \left[\frac{k.j.}{ser.} \right]$ - količina i-te vrste proizvoda iz okvira jedne serije koja se potroši za vreme dok se radi po jedna serija ostalih proizvoda.

MODEL 1



Производња i -те врсте производа у времену једнака је неговој потраžnji у току целог сложеног циклуса, тј:

$$(pd_i - \frac{Q_i}{T}) * t_i = \frac{Q_i}{T} (T_c - t_i), \text{ тј. } pd_i * t_i = \frac{Q_i}{T} T_c,$$

Укупни трошкови припреме свих серија i -те врсте производа су: $TR_{1i} = N \text{ trp}_i$

Укупни трошкови припреме свих серија за све врсте производа су: $TR_1 = N * \sum_{i=1}^m \text{trp}_i$

Трошкови чувања залиха једне серије i -те врсте производа су: $tr_{2i} = \frac{1}{2} (pd_i - \frac{Q_i}{T}) * t_i * T_c * trs_i$

Укупни трошкови чувања залиха за i -ту врсту производа и посматрани интервал су: $TR_{2i} = tr_{2i} N$

$$\Rightarrow TR_{2i} = \frac{1}{2} (pd_i - \frac{Q_i}{T}) * t_i * T_c * trs_i * N$$

Како је $t_i = \frac{Q_i}{N * pd_i}$ а $T_c = \frac{T}{N}$ $\Rightarrow TR_{2i} = \frac{T}{2N} Q_i (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) trs_i$

MODEL 1

Ukupni troškovi čuvanja zaliha gotovih proizvoda za sve vrste proizvoda u posmatranom intervalu su:

$$TR_2 = \frac{T}{2N} \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) * trs_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$

Ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta proizvoda su:

$$TR = TR_1 + TR_2 \quad \Rightarrow \quad TR = N \cdot \sum_{i=1}^m trp_i + \frac{T}{2N} \cdot \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) * trs_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$

Kako je $TR = TR(N)$ biće:

$$\begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= 0 & N^* \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &> 0 & \Rightarrow TR(N^*) = (\min) TR \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= \sum_{i=1}^m trp_i - \frac{T}{2N^2} * \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) * trs_i = 0 \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &= \frac{T}{N^3} \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) * trs_i > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



MODEL 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i} \left[\frac{cikl.}{int.} \right]}$$

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2 * Q_i^2 * \sum_{i=1}^m trp_i}{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i} \left[\frac{k.j.}{ser.} \right]} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$t_i^* = \frac{q_i^*}{pd_i} \left[\frac{dan}{ser.} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Najmanji ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta su:

$$(min) TR(N) = TR(N^*) = \sqrt{2 * T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i * \sum_{i=1}^m trp_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]}$$



MODEL 2

Dnevna proizvedena količina u celosti svakodnevno ulazi u skladište, gde se stvara zaliha. tražnja za proizvodom, dok se proizvodi njegova serija, se zanemaruje.

Pretpostavka:

Dnevna tražnja svake vrste proizvoda za vreme izrade serije jednaka je nuli.

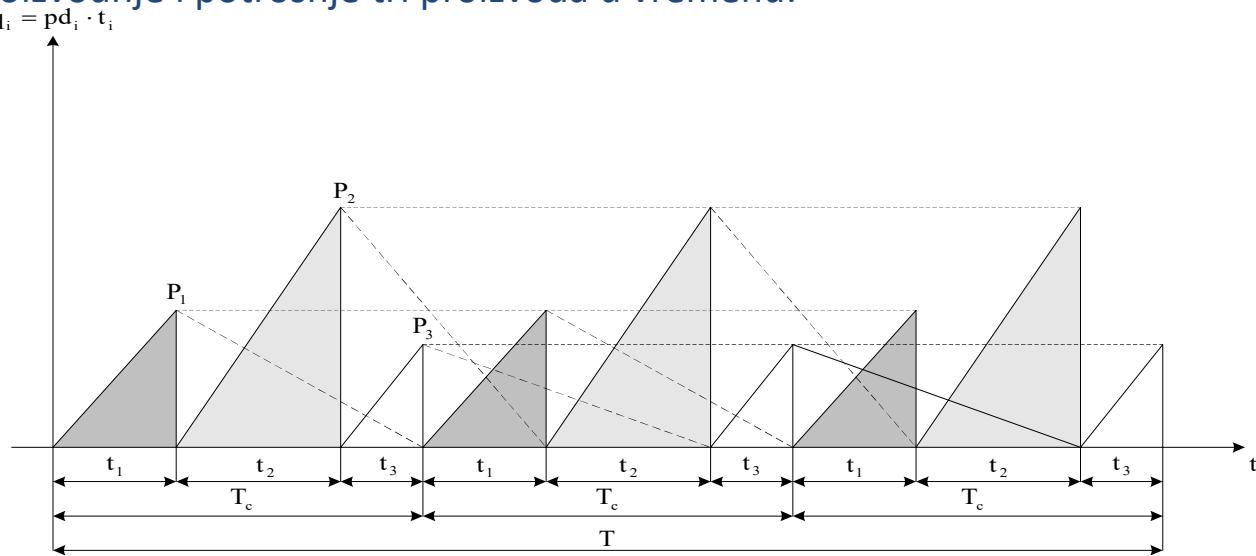
Ako su proizvodnja serija i utrošak zaliha ravnomerni, tada je srednji nivo zaliha i-te vrste proizvoda $q/2$.

Ukupni troškovi pripreme svih serija i-te vrste proizvoda su: $TR_{1i} = N \cdot trp_i$

Ukupni troškovi pripreme svih serija za sve vrste proizvoda su: $TR_1 = N \cdot \sum_{i=1}^m trp_i$

MODEL 2

Kretanje proizvodnje i potrošnje tri proizvoda u vremenu:

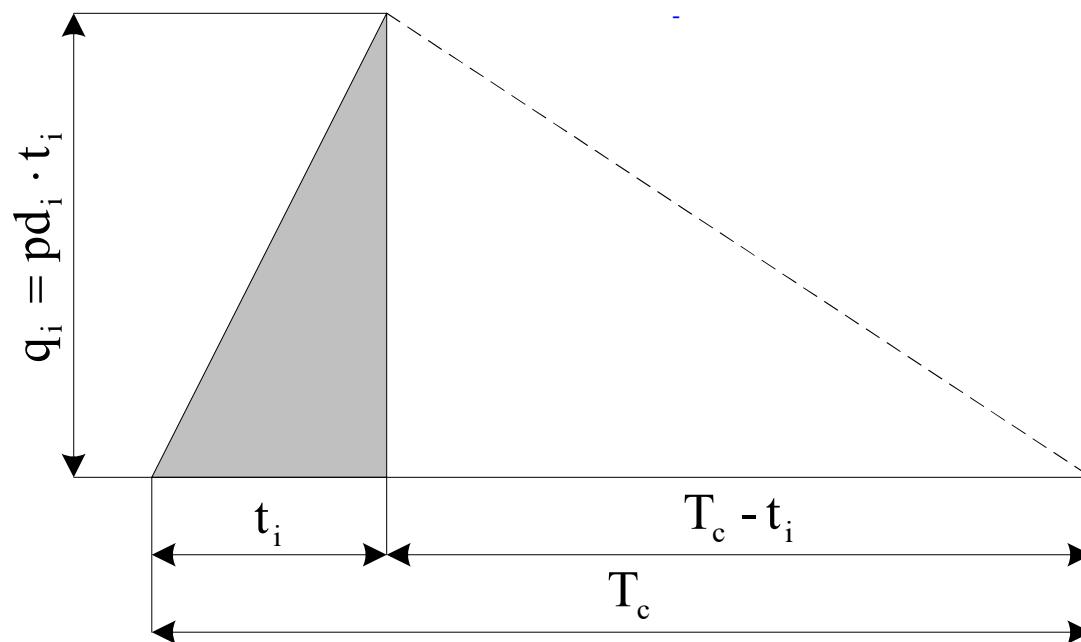


Dijagram je nacrtan za slučaj potpunog korišćenja kapaciteta za posmatranu proizvodnju, tj. kada je:

$$\sum_{i=1}^m \frac{Q_i}{pd_i} = T \Rightarrow \sum_{i=1}^m \frac{q_i}{pd_i} = Tc.$$

MODEL 2

Promena količine i-tog proizvoda u vremenu, ako se posmatra samo jedna serija:



MODEL 2

Troškovi čuvanja zaliha jedne serije i-te vrste proizvoda su:

$$tr_{2i} = \frac{1}{2} T_c * q_i * trs_i$$

Ukupni troškovi čuvanja zaliha za i-tu vrstu proizvoda i posmatrani interval su:

$$TR_{2i} = tr_{2i} N$$

Kako je $q_i = \frac{Q_i}{N}$ i $Tc = \frac{T}{N}$ $\Rightarrow TR_{2i} = \frac{T}{2N} Q_i \cdot trs_i$

Ukupni troškovi čuvanja zaliha gotovih proizvoda za sve vrste proizvoda u posmatranom intervalu su:

$$TR_2 = \frac{T}{2N} * \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i$$

Ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta proizvoda su:

$$TR = TR_1 + TR_2 \Rightarrow TR(N) = N \sum_{i=1}^m trp_i + \frac{T}{2N} \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$

MODEL 2

Kako je $TR = TR(N)$ biće:

$$\frac{dTR}{dN} = 0 \quad \Rightarrow \quad N^*$$

$$\frac{d^2TR}{dN^2} > 0 \quad \Rightarrow \quad TR(N^*) = (\min) TR$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= \sum_{i=1}^m trp_i - \frac{T}{2N^2} \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i = 0 \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &= \frac{T}{N^3} \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

MODEL 2

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{cikl.}{int.} \right]$$

$$q_i = q_i^* = \frac{Q_i}{N^*} = \sqrt{\frac{2 * Q_i^2 \sum_{i=1}^m trp_i}{T * \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i}} \left[\frac{k.j.}{ser.} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$t_i = t_i^* = \frac{q_i^*}{pd_i} = \frac{Q_i}{N^* pd_i} \sqrt{\frac{2 * Q_i^2 \sum_{i=1}^m trp_i}{T * pd_i^2 \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i}} \left[\frac{dan}{ser.} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Najmanji ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta su:

$$(min) TR(N) = TR (N^*) = \sqrt{2 * T * \sum_{i=1}^m Q_i * trs_i * \sum_{i=1}^m trp_i} \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$



MODEL 3

Deo dnevno proizvedene količine svakodnevno ulazi u narednu proizvodnju ili se prodaje bez skladištenja, a preostali deo ide u skladište tek kada se proizvede cela serija, i tek tada nastaju troškovi skladištenja.

Ukupni troškovi pripreme svih serija i-te vrste proizvoda su:

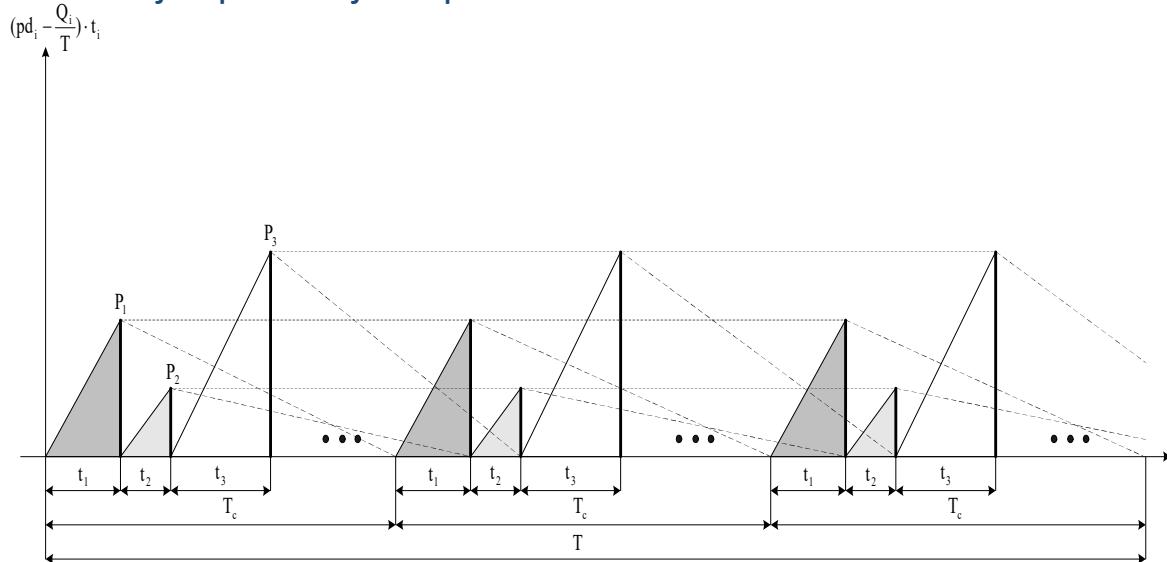
$$TR_{1i} = N \ trp_i$$

Ukupni troškovi pripreme svih serija za sve vrste proizvoda su:

$$TR_1 = N * \sum_{i=1}^m trp_i$$

MODEL 3

Kretanje proizvodnje i potrošnje tri proizvoda u vremenu:

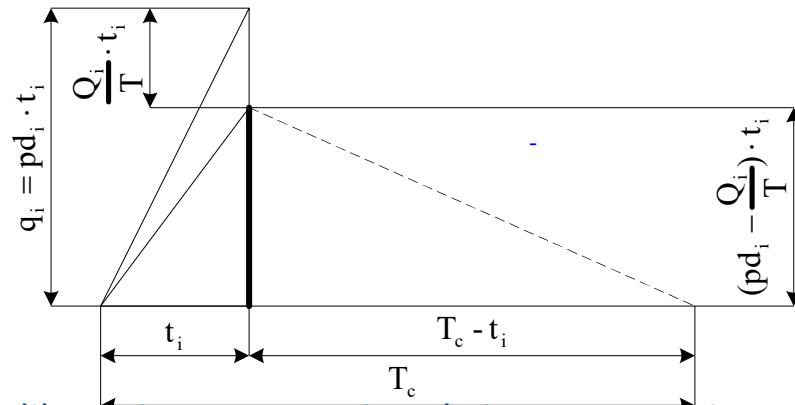


Dijagram je nacrtan za slučaj potpunog korišćenja kapaciteta za posmatranu proizvodnju, tj. kada je:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{Q_i}{pd_i} < T \Rightarrow \sum_{i=1}^m \frac{q_i}{pd_i} < Tc.$$

MODEL 3

Promena količine i-tog proizvoda u vremenu, ako se posmatra samo jedna serija:



Ukupni troškovi čuvanja zaliha za i-tu vrstu proizvoda i posmatrani interval su:

$$TR_{2i} = \frac{1}{2} (pd_i - \frac{Q_i}{T}) * t_i * (Tc - t_i) * trs_i * N$$

Kako je $t_i = \frac{Q_i}{N * pd_i}$ i $Tc = \frac{T}{N}$

$$\Rightarrow TR_{2i} = \frac{T}{2N} Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}\right)^2 trs_i$$

Ukupni troškovi čuvanja zaliha gotovih proizvoda za sve vrste proizvoda u posmatranom intervalu su:

$$TR_2 = \frac{T}{2N} \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}\right)^2 trs_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$

MODEL 3

Ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta proizvoda su:

$$TR = TR_1 + TR_2 \quad \Rightarrow \quad TR(N) = N * \sum_{i=1}^m trp_i + \frac{T}{2N} \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T})^2 * trs_i [\frac{n.j.}{int.}]$$

Kako je $TR = TR(N)$ biće:

$$\begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= 0 & N^* \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &> 0 \quad \Rightarrow \quad TR(N^*) = (\min) TR \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= \sum_{i=1}^m trp_i - \frac{T}{2N^2} \cdot \sum_{i=1}^m Q_i \cdot \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right)^2 \cdot trs_i = 0 \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &= \frac{T \cdot \sum_{i=1}^m Q_i \cdot \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right)^2 \cdot trs_i}{N^3} > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

MODEL 3

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T})^2 * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

$$q_i = q_i^* = \sqrt{\frac{2 * Q_i^2 \sum_{i=1}^m trp_i}{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T})^2 * trs_i}} \left[\frac{\text{k.j.}}{\text{ser.}} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$t_i = t_i^* = \sqrt{\frac{2 * Q_i^2 \sum_{i=1}^m trp_i}{T * pd_i^2 \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T})^2 * trs_i}} \left[\frac{\text{dan}}{\text{ser.}} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Najmanji ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta su:

$$(\min) TR(N) = TR(N^*) = \sqrt{2 * T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T})^2 * trs_i * \sum_{i=1}^m trp_i \left[\frac{n.j.}{\text{int.}} \right]}$$



MODEL 4

Tek kada se završi proizvodnja cele serije, tada cela proizvedena količina odlazi u skladište. Tražnja za proizvodom, dok se proizvodi njegova serija, se zanemaruje.

Ukupni troškovi pripreme svih serija i-te vrste proizvoda su:

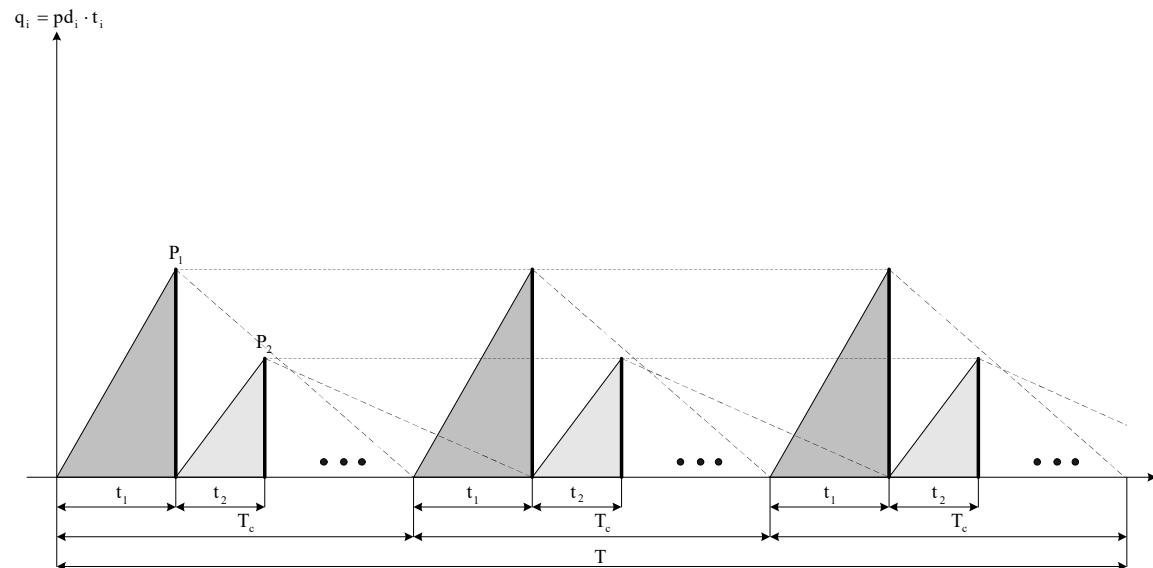
$$TR_{1i} = N \ trp_i$$

Ukupni troškovi pripreme svih serija za sve vrste proizvoda su:

$$TR_1 = N * \sum_{i=1}^m trp_i$$

MODEL 4

Kretanje proizvodnje i potrošnje tri proizvoda u vremenu:

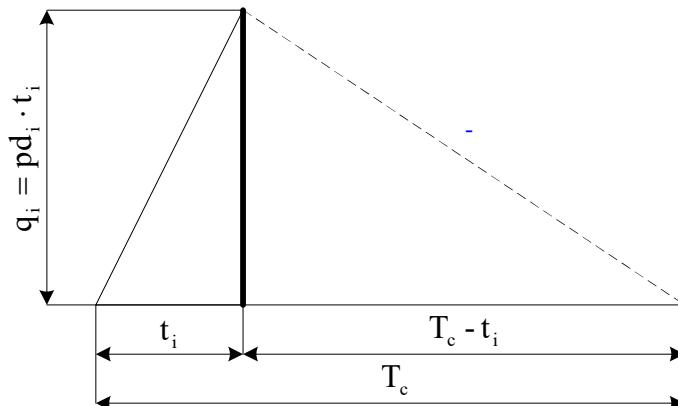


Dijagram je nacrtan za slučaj potpunog korišćenja kapaciteta za posmatranu proizvodnju, tj. kada je:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{Q_i}{pd_i} < T \Rightarrow \sum_{i=1}^m \frac{q_i}{pd_i} < Tc.$$

MODEL 4

Promena količine i-tog proizvoda u vremenu, ako se posmatra samo jedna serija:



Ukupni troškovi čuvanja zaliha za i-tu vrstu proizvoda i posmatrani interval su:

$$TR_{2i} = tr_{2i} N$$

$$\Rightarrow TR_{2i} = \frac{1}{2} q_i * (Tc - t_i) * trs_i * N$$

Kako je $q_i = \frac{Q_i}{N}$, $t_i = \frac{Q_i}{N \cdot pd_i}$ a $Tc = \frac{T}{N}$ $\Rightarrow TR_{2i} = \frac{T}{2N} Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) trs_i$

\Rightarrow dalja procedura iznalaženja optimalnog rešenja N^* potpuno je identična kao u prvom modelu

MODEL 4

Ukupni troškovi čuvanja zaliha gotovih proizvoda za sve vrste proizvoda u posmatranom intervalu su:

$$TR_2 = \frac{T}{2N} \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}\right) trs_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$

Ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta proizvoda su:

$$TR = TR_1 + TR_2 \quad \Rightarrow \quad TR = N \cdot \sum_{i=1}^m trp_i + \frac{T}{2N} \cdot \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) \cdot trs_i \left[\frac{n.j.}{int.} \right]$$

Kako je $TR = TR(N)$ biće:

$$\begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= 0 & N^* \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &> 0 & \Rightarrow TR(N^*) = (\min)TR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dTR}{dN} &= \sum_{i=1}^m trp_i - \frac{T}{2N^2} * \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) trs_i = 0 \\ \frac{d^2TR}{dN^2} &= \frac{T}{N^3} \sum_{i=1}^m Q_i \left(1 - \frac{Q_i}{pd_i \cdot T}\right) trs_i > 0 \end{aligned} \quad \left. \right\} \Rightarrow$$



MODEL 4

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2 * Q_i^2 \sum_{i=1}^m trp_i}{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i T}) * trs_i}} \left[\frac{\text{k.j.}}{\text{ser.}} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$t_i^* = \frac{q_i^*}{pd_i} \left[\frac{\text{dan}}{\text{ser.}} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Najmanji ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih proizvoda svih m vrsta su:

$$(\min) TR(N) = TR (N^*) = \sqrt{2 * T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i T}) * trs_i * \sum_{i=1}^m trp_i \left[\frac{\text{n.j.}}{\text{int.}} \right]}$$

Zadatak 1

- Preduzeće u intervalu od 266 dana bi trebalo da proizvede 6 vrsta pumpi za vodu sa istim sredstvima za rad. U tabeli 4.13. dati su podaci o planiranim količinama (potrošnji), proizvodnji po danu, troškovima čuvanja zaliha i troškovima pripreme jedne serije.
- Jedan deo serije u stalnoj veličini ulazi svakodnevno u skladište, dok se drugi njen deo neposredno koristi bez skladištenja.
- Cilj je da se odrede: broj složenih ciklusa u posmatranom intervalu, broj pumpi u jednoj seriji za svaku vrstu pumpe, vreme proizvodnje jedne serije za svaku vrstu pumpe, tako da ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih pumpi budu minimalni.
- Izračunati najmanje ukupne troškove i grafički prikazati prva dva složena ciklusa proizvodnje optimalnih serija. Izračunati za koliko bi se povećali ukupni troškovi ako bi umesto optimalne serije odmah proizvodili ukupnu planiranu količinu u celosti, zanemarujući veliki poremećaj prodaje pumpi.

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.dan]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P_1	4000	100	8	750000
2	Pumpa P_2	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P_3	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P_4	6600	150	10	600000
5	Pumpa P_5	10500	250	14	400000
6	Pumpa P_6	9000	200	5	350000
UKUPNO:					4550000

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta	03	04	05	06
01	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:					4550000

Jedan deo serije u stalnoj veličini ulazi svakodnevno u skladište,
dok se drugi njen deo neposredno koristi bez skladištenja

 Model 1

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:				4550000	

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta	03	04	05	06
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁				
2	Pumpa P ₂				
3	Pumpa P ₃				
4	Pumpa P ₄				
5	Pumpa P ₅				
6	Pumpa P ₆				
UKUPNO:					

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:				4550000	

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	0.15			
2	Pumpa P ₂	0.19			
3	Pumpa P ₃	0.17			
4	Pumpa P ₄	0.16			
5	Pumpa P ₅	0.16			
6	Pumpa P ₆	0.17			
UKUPNO:					

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:				4550000	

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	0.15	0.85		
2	Pumpa P ₂	0.19	0.81		
3	Pumpa P ₃	0.17	0.83		
4	Pumpa P ₄	0.16	0.84		
5	Pumpa P ₅	0.16	0.84		
6	Pumpa P ₆	0.17	0.83		
UKUPNO:					

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:				4550000	

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	0.15	0.85	3398.5	
2	Pumpa P ₂	0.19	0.81	4872.9	
3	Pumpa P ₃	0.17	0.83	2990.9	
4	Pumpa P ₄	0.16	0.84	5508.3	
5	Pumpa P ₅	0.16	0.84	8842.1	
6	Pumpa P ₆	0.17	0.83	7477.4	
UKUPNO:					

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:				4550000	

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	0.15	0.85	3398.5	27188
2	Pumpa P ₂	0.19	0.81	4872.9	58466
3	Pumpa P ₃	0.17	0.83	2990.9	17946
4	Pumpa P ₄	0.16	0.84	5508.3	55083
5	Pumpa P ₅	0.16	0.84	8842.1	123789
6	Pumpa P ₆	0.17	0.83	7477.4	37387
UKUPNO:					

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:					4550000

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \left[\frac{\text{cikl.}}{\text{int.}} \right]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	0.15	0.85	3398.5	27188
2	Pumpa P ₂	0.19	0.81	4872.9	58466
3	Pumpa P ₃	0.17	0.83	2990.9	17946
4	Pumpa P ₄	0.16	0.84	5508.3	55083
5	Pumpa P ₅	0.16	0.84	8842.1	123789
6	Pumpa P ₆	0.17	0.83	7477.4	37387
UKUPNO:					319859

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	pd_i [kom/dan]	trs_i [nj/kom.da n]	trp_i [nj/ser]
R. br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	4000	100	8	750000
2	Pumpa P ₂	6000	120	12	1200000
3	Pumpa P ₃	3600	80	6	1250000
4	Pumpa P ₄	6600	150	10	600000
5	Pumpa P ₅	10500	250	14	400000
6	Pumpa P ₆	9000	200	5	350000
UKUPNO:				4550000	

Model 1

$$N^* = \sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^m Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^m trp_i}} \quad [\text{cikl. int.}]$$

Opt. redos. proiz.		$\frac{Q_i}{pd_i * T}$	$1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T})$	$Q_i * (1 * \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i$
R.br.	Vrsta				
01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁	0.15	0.85	3398.5	27188
2	Pumpa P ₂	0.19	0.81	4872.9	58466
3	Pumpa P ₃	0.17	0.83	2990.9	17946
4	Pumpa P ₄	0.16	0.84	5508.3	55083
5	Pumpa P ₅	0.16	0.84	8842.1	123789
6	Pumpa P ₆	0.17	0.83	7477.4	37387
UKUPNO:				319859	

Broj ciklusa N*

$$\sqrt{\frac{T * \sum_{i=1}^6 Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i * T}) * trs_i}{2 * \sum_{i=1}^6 trp_i}}$$

$$\sqrt{\frac{266 * 319859}{2 * 4550000}}$$

$$= 3.058 \quad [\text{cik/int}]$$



Zadatak 1

Potrebno je u posmatranom intervalu 3.058 puta proizvoditi po jednu seriju svake vrste pumpi i to po zadatom redosledu. Svaki složeni ciklus imaće 6 serija a njihove veličine su:

$$q_i^* = \frac{Q_i}{N^*} \quad \text{kom/ser}$$

Vremena proizvodnje serija su:

$$t_i^* = \frac{q_i^*}{pd_i} \quad \text{dan/ser}$$

Zadatak 1

Opt. redosled proizvoda		Q_i [kom/int]	N^* [ser/int]	q_i^* [kom/ser]	pd_i [kom/dan]	t_i^* [dan/ser]
R. br.	Vrsta	03	04	05	06	07
01	Pumpa P ₁	4000	3.058	1308	100	13
2	Pumpa P ₂	6000	3.058	1962	120	16
3	Pumpa P ₃	3600	3.058	1177	80	15
4	Pumpa P ₄	6600	3.058	2158	150	14
5	Pumpa P ₅	10500	3.058	3434	250	14
6	Pumpa P ₆	9000	3.058	2943	200	15

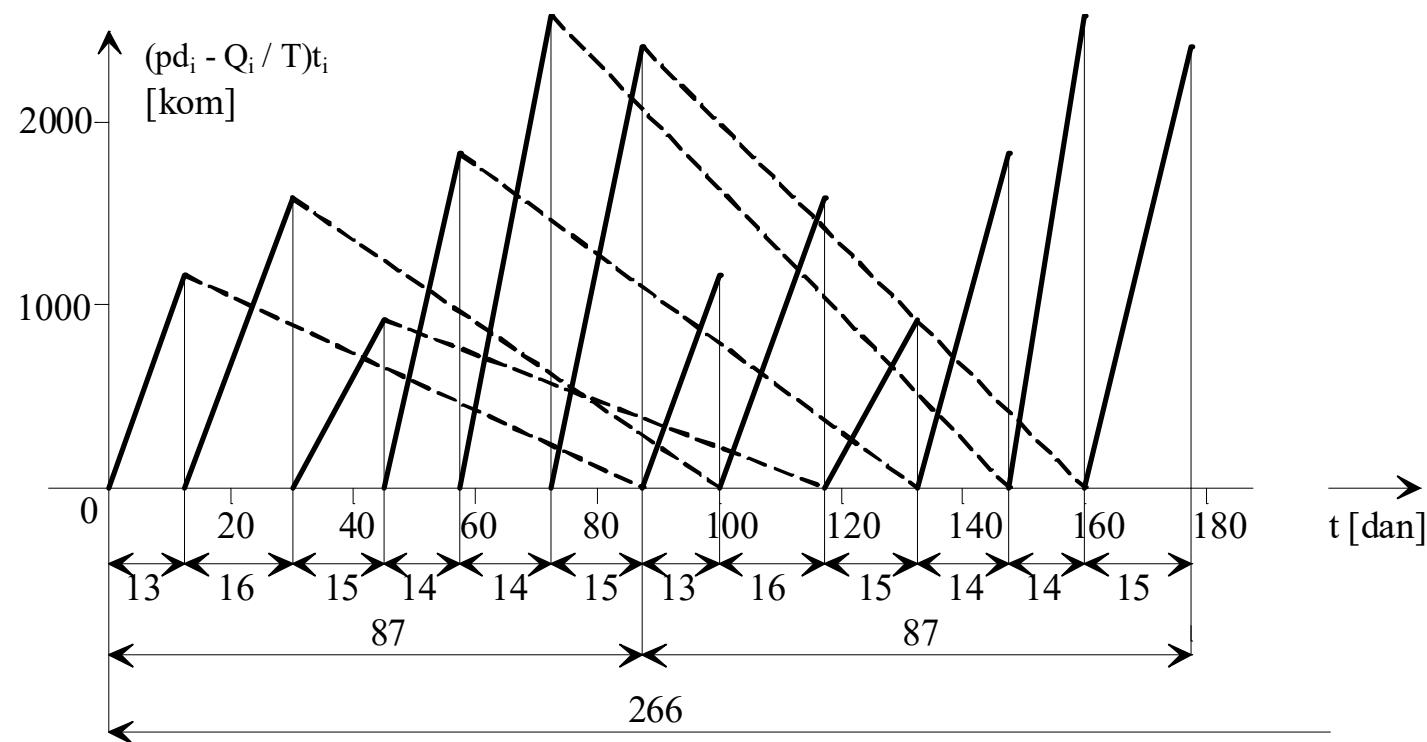
Ukupno vreme izrade po jednoj seriji svih 6 vrsta pumpi je:

$$\sum_{i=1}^{6} t_i = \frac{T}{N^*} = 87 \quad \text{dan/cik}$$

Zadatak 1

Najmanji ukupni troškovi pripreme serija i čuvanja zaliha gotovih pumpi su:

$$(\min) TR = TR(N^*) = \sqrt{2 * T * \sum_{i=1}^6 Q_i * (1 - \frac{Q_i}{pd_i}) * trs_i * \sum_{i=1}^6 trp_i} = 27825360 [nj/int]$$



Zadatak 1

$(pd_i - Q_i / T)t_i$

Opt. redosled proiz.		t_i^* [dan/ser]	q_i^* [kom/ser]				
R. br.	Vrsta	01	02	03	04	05	06
1	Pumpa P ₁		13	1308			
2	Pumpa P ₂		16	1962			
3	Pumpa P ₃		15	1177			
4	Pumpa P ₄		14	2158			
5	Pumpa P ₅		14	3434			
6	Pumpa P ₆		15	2943			

Zadatak 1

$$(pd_i - Q_i / T)t_i$$

Opt. redosled proiz.		t_i^* [dan/ser]	q_i^* [kom/ser]	$\frac{Q_i}{T}t_i^*$	kom ser	
R. br.	Vrsta	03	04	05	06	
01	Pumpa P ₁	13	1308			
2	Pumpa P ₂	16	1962			
3	Pumpa P ₃	15	1177			
4	Pumpa P ₄	14	2158			
5	Pumpa P ₅	14	3434			
6	Pumpa P ₆	15	2943			

Zadatak 1

$$(pd_i - Q_i / T)t_i$$

Opt. redosled proiz.		t_i^* [dan/ser]	q_i^* [kom/ser]	$\frac{Q_i}{T}t_i^*$	kom ser	
R. br.	Vrsta	03	04	05	06	
01	Pumpa P ₁	13	1308	195		
2	Pumpa P ₂	16	1962	361		
3	Pumpa P ₃	15	1177	203		
4	Pumpa P ₄	14	2158	347		
5	Pumpa P ₅	14	3434	553		
6	Pumpa P ₆	15	2943	507		

Zadatak 1

$$(pd_i - Q_i / T)t_i$$

$$t_i^* = \frac{q_i^*}{pd_i}$$

Opt. redosled proiz.		t_i^* [dan/ser]	q_i^* [kom/ser]	$\frac{Q_i}{T} t_i^*$ kom ser	$q_i^* - \frac{Q_i}{T} t_i^*$ kom ser
R. br.	Vrsta	03	04	05	06
01	Pumpa P ₁	13	1308	195	
2	Pumpa P ₂	16	1962	361	
3	Pumpa P ₃	15	1177	203	
4	Pumpa P ₄	14	2158	347	
5	Pumpa P ₅	14	3434	553	
6	Pumpa P ₆	15	2943	507	

Zadatak 1

$$(pd_i - Q_i / T)t_i$$

$$t_i^* = \frac{q_i^*}{pd_i}$$

Opt. redosled proiz.		t_i^* [dan/ser]	q_i^* [kom/ser]	$\frac{Q_i}{T} t_i^*$ kom ser	$q_i^* - \frac{Q_i}{T} t_i^*$ kom ser
R. br.	Vrsta	03	04	05	06
01	Pumpa P ₁	13	1308	195	1113
2	Pumpa P ₂	16	1962	361	1601
3	Pumpa P ₃	15	1177	203	974
4	Pumpa P ₄	14	2158	347	1811
5	Pumpa P ₅	14	3434	553	2881
6	Pumpa P ₆	15	2943	507	2436

Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?

Proizvod	A	B	C	D
Tražnja [kom/mes]	15000	12000	500	250
Ritam [kom/h]	100	100	75	20
Vreme izmene [h]	8	8	6	4
Tražnja / ritam [h/mes]	150	120	6.7	5

U mesecu se radi 22 dana, po 18 sati dnevno

Korišćenje kapaciteta (bez izmena) = $(150+120+6.7+5)/(22*18) = 281.7/396 = 71.1\%$

Korišćenje kapaciteta = $(281.7+8+8+6+4)/396 = 77.7\%$

Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?

Proizvod	A	B	C	D
Tražnja [kom/mes]	15000	12000	500	250
Ritam [kom/h]	100	100	75	20
Vreme izmene [h]	8	8	6	4
Tražnja / ritam [h/mes]	150	120	6.7	5

Željeni stepen korišćenja kapaciteta: $\sqrt{\text{koriš kap (bez izmena)}}$

U ovom slučaju: $\sqrt{0.711} = 84.3\%$

Vreme za raspoređivanje posla: $396 * 0.842 = 333.8$ [h]

Vreme ostavljeno za izmene proizvoda: $333.8 - 281.7 = 52.1$ [h]



Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?

Počnimo tako što ćemo prepostaviti da se svaki proizvod proizvodi u jednoj seriji

Proizvod	A	B	C	D	Ukupno
Tražnja	15000	12000	500	250	
Vreme izmene	8	8	6	4	
Ritam	100	100	75	50	
Broj serija	1	1	1	1	
Ukupno vreme izmene	8	8	6	4	26
Veličina serija	15000	12000	500	250	
Vreme proizvodnje serije	158	128	12.7	9	

Iskoristili smo 26 od 52.1 časova za izmenu proizvoda.
Gde bi bilo najracionalnije dodati još jednu izmenu?

Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?

Proizvodu A smo dodali jednu izmenu

Proizvod	A	B	C	D	Ukupno
Tražnja	15000	12000	500	250	
Vreme izmene	8	8	6	4	
Ritam	100	100	75	50	
Broj serija	2	1	1	1	
Ukupno vreme izmene	16	8	6	4	34
Veličina serija	7500	12000	500	250	
Vreme proizvodnje serije	83	128	12.7	9	

Iskoristili smo 34 od 52.1 časova za izmenu proizvoda.

Gde bi bilo najracionalnije dodati seriju?



Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?

Proizvodu B smo dodali jednu izmenu

Proizvod	A	B	C	D	Ukupno
Tražnja	15000	12000	500	250	
Vreme izmene	8	8	6	4	
Ritam	100	100	75	50	
Broj serija	2	2	1	1	
Ukupno vreme izmene	16	16	6	4	42
Veličina serija	7500	6000	500	250	
Vreme proizvodnje serije	83	68	12.7	9	

Iskoristili smo 42 od 52.1 časova za izmenu proizvoda.

Gde bi bilo najracionalnije dodati seriju?



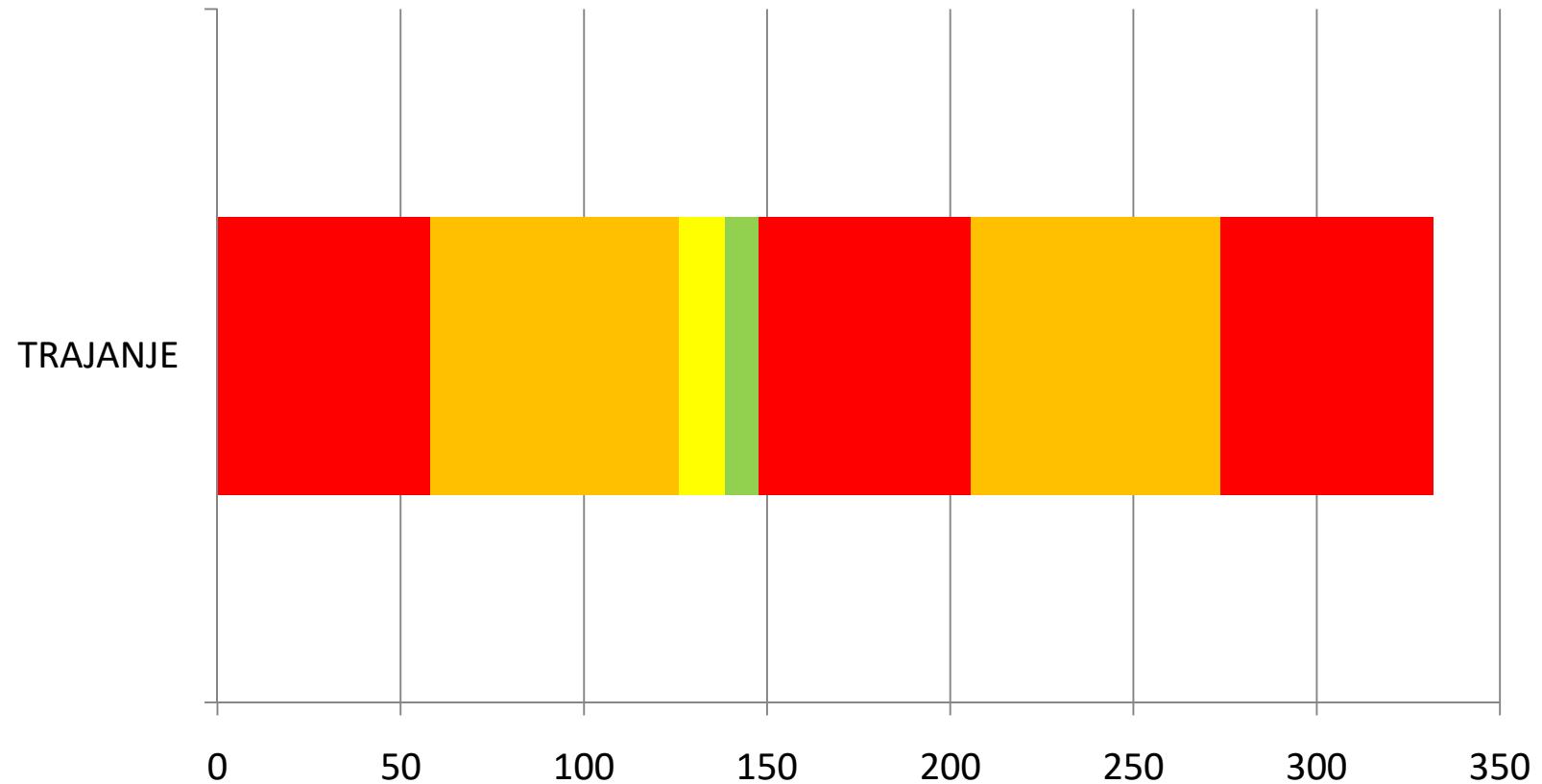
Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?

Proizvodu A smo dodali jednu izmenu

Proizvod	A	B	C	D	Ukupno
Tražnja	15000	12000	500	250	
Vreme izmene	8	8	6	4	
Ritam	100	100	75	50	
Broj serija	3	2	1	1	
Ukupno vreme izmene	24	16	6	4	50
Veličina serija	5000	6000	500	250	
Vreme proizvodnje serije	58	68	12.7	9	

Iskoristili smo 50 od 52.1 časova za izmenu proizvoda.
Došli smo do rešenja!

Šta kada imamo samo vreme izmene proizvoda?





Pitanja

