



PROJEKTOVANJE PROIZVODNIH SISTEMA

URAVNOTEŽENJE PROIZVODNIH LINIJA (2/2)

Zadatak 1

- U cilju postavljanja uravnotežene jednopredmetne proizvodne linije kako bi:
 - ukupni vremenski gubici bili minimalni,
 - stepen uravnoteženosti linije bio maksimalan i
 - broj radnih mesta u liniji bio najmanji mogući
- potrebno je:
 - formirati matematički model problema;
 - odrediti podelu rada u liniji;
 - izračunati ekstremne vrednosti funkcija cilja;
 - uporediti vrednosti funkcija cilja za dobijeno rešenje i slučaj kada bi se za svaku operaciju postavilo po jedno radno mesto respektivno;
 - grafički prikazati ta dva rešenja.

Zadatak 1

Matematički model:

$$(\min): G(t_{ij}) = 198720 \sum_{j=1}^n [2 - \sum_{i=1}^{10} t_{ij}] \text{ (min/god)}$$

$$(\max): \eta_u = \frac{5.75}{n} * 100$$

$$(\min): n = n(1)$$

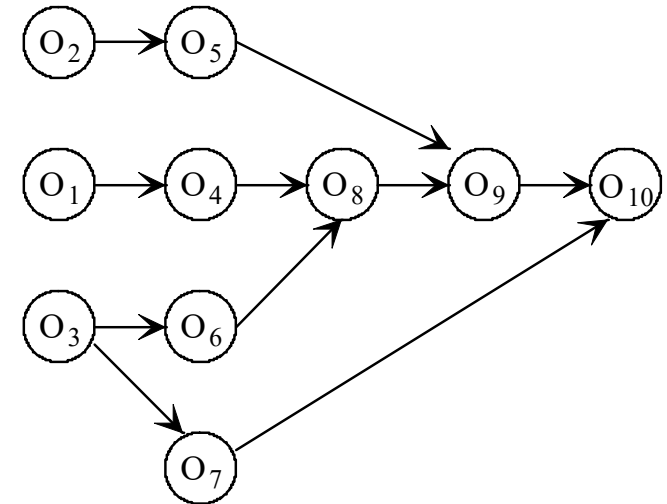
Funkcija cilja

Zadatak 1

Ograničenja:

$$\sum_{i=1}^{10} t_{ij} \leq 2; (j = 1, 2, \dots, n)$$

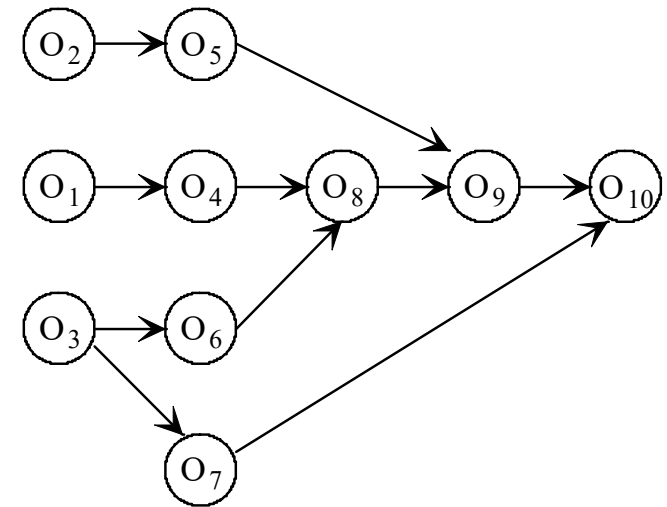
Operacije		Posmatrane										t_i (min/kom)
		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇	O ₈	O ₉	O ₁₀	
Prethodne	O ₁				x							1
	O ₂					x						0.5
	O ₃						x	x				2
	O ₄								x			1.5
	O ₅									x		1
	O ₆								x			0.5
	O ₇										x	1.5
	O ₈									x		2
	O ₉										x	1
	O ₁₀											0.5



$$6 \leq n \leq 10$$

Zadatak 1

Operacije		Posmatrane										t_i (min/kom)
		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇	O ₈	O ₉	O ₁₀	
Prethodne	O ₁				x							1
	O ₂					x						0.5
	O ₃						x	x				2
	O ₄								x			1.5
	O ₅									x		1
	O ₆								x			0.5
	O ₇										x	1.5
	O ₈									x		2
	O ₉										x	1
	O ₁₀											0.5



b) Skup svih operacija $S = (O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8, O_9, O_{10})$

Korak 1.

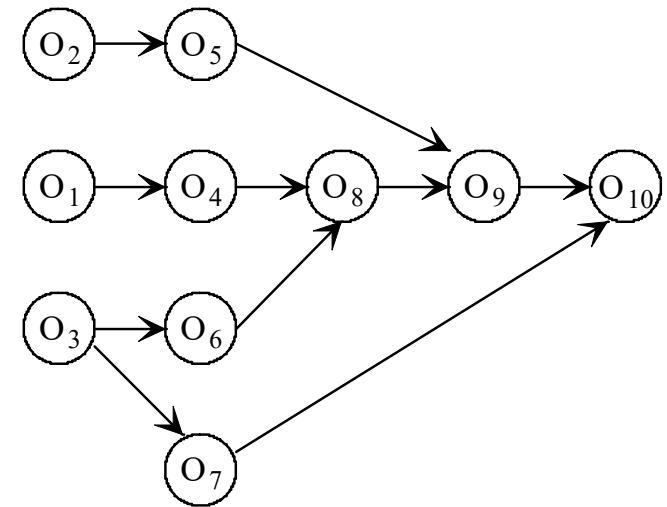
$SO = (O_3, O_8)$ jer je:

$$(t - t_{\min} = 1.5) < \begin{cases} t_3 = 2 \\ t_8 = 2 \end{cases} \leq (t = 2)$$

Operacijama O_3 i O_8 odgovara po jedno radno mesto u liniji

Zadatak 1

Operacije	Posmatrane										t_i (min/kom)
	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇	O ₈	O ₉	O ₁₀	
Prethodne	O ₁			x							1
	O ₂				x						0.5
	O ₃					x	x				2
	O ₄							x			1.5
	O ₅								x		1
	O ₆							x			0.5
	O ₇									x	1.5
	O ₈								x		2
	O ₉									x	1
	O ₁₀										x



Korak 2.

$$S_2 = (O_1, O_2, O_4, O_5, O_6, O_7, O_9, O_{10})$$

$S_2 \neq$ prazan skup \Rightarrow rešenje nije pronađeno

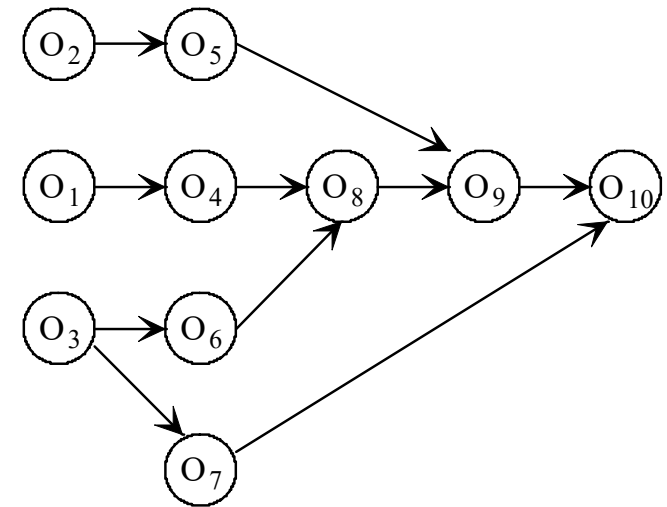
$S_{pq} = ((O_5, O_9); (O_7, O_{10}); (O_4, O_6))$ jer je:

$$(t - t_{\min} = 1.5) < \begin{cases} t_5 + t_9 = 2 \\ t_7 + t_{10} = 2 \\ t_4 + t_6 = 2 \end{cases} \leq (t = 2)$$

Ovim parovima odgovara po jedno radno mesto u liniji

Zadatak 1

Operacije		Posmatrane										t_i (min/kom)
		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇	O ₈	O ₉	O ₁₀	
Prethodne	O ₁				x							1
	O ₂					x						0.5
	O ₃						x	x				2
	O ₄								x			1.5
	O ₅									x		1
	O ₆								x			0.5
	O ₇										x	1.5
	O ₈									x		2
	O ₉										x	1
	O ₁₀											x



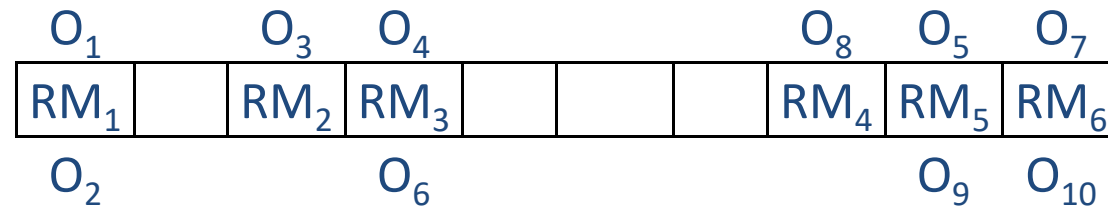
Korak 3.

$S_3 = (O_1, O_2)$ - pronađeno je rešenje jer je $n_3 < 3$

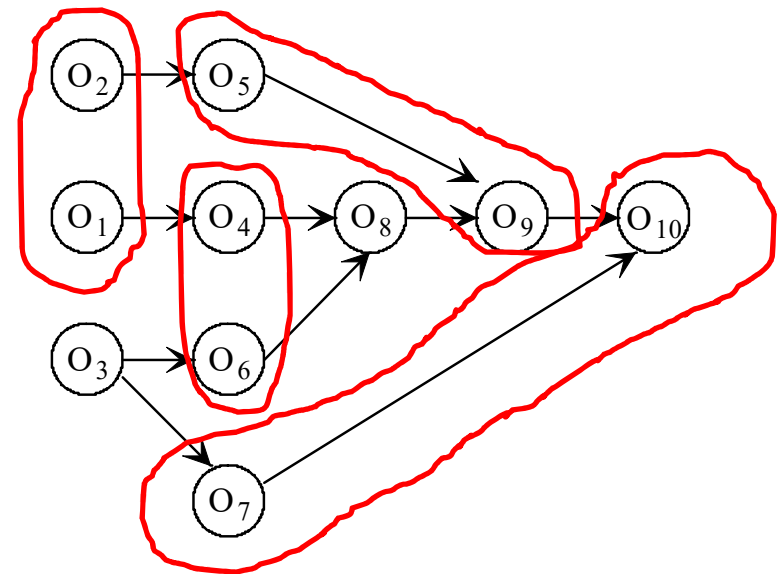
Paru (O_1, O_2) odgovara jedno radno mesto u liniji.

Zadatak 1

Rešenje:



Radna mesta Operacije	RM ₁	RM ₂	RM ₃	RM ₄	RM ₅	RM ₆	t_i (min/ko m)
O ₁	1						1
O ₂	0.5						0.5
O ₃		2					2
O ₄			1.5				1.5
O ₅					1		1
O ₆			0.5				0.5
O ₇						1.5	1.5
O ₈				2			2
O ₉					1		1
O ₁₀						0.5	0.5
	0.5	0	0	0	0	0	11.5



Zadatak 1

c)

Radna mesta Operacije	RM ₁	RM ₂	RM ₃	RM ₄	RM ₅	RM ₆	t_i (min/ko m)
O ₁	1						1
O ₂	0.5						0.5
O ₃		2					2
O ₄			1.5				1.5
O ₅					1		1
O ₆			0.5				0.5
O ₇						1.5	1.5
O ₈				2			2
O ₉					1		1
O ₁₀						0.5	0.5
	0.5	0	0	0	0	0	11.5

$$\min G(t_{ij}) = 198720 \sum_{j=1}^6 [2 - \sum_{i=1}^{10} t_{ij}] = 198720 * (0.5) = 99360 [\text{min/god}]$$

$$\max \eta_u = \frac{5.75}{6} 100 = 95.83\%$$

$$\min n = 6$$

Zadatak 1

d)

Operacije		Posmatrane										t_i (min/kom)
		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇	O ₈	O ₉	O ₁₀	
Prethodne	O ₁				x							1
	O ₂					x						0.5
	O ₃						x	x				2
	O ₄								x			1.5
	O ₅									x		1
	O ₆								x			0.5
	O ₇										x	1.5
	O ₈									x		2
	O ₉										x	1
	O ₁₀											0.5

$$n' = 10$$

$$G'(t_{ij}) = 198720 (1+1.5+0.5+1+1.5+0.5+1+1.5) = 1689120 \text{ (min/god)}$$

$$\eta'_u = \frac{5.75}{10} 100 = 57.5(\%)$$

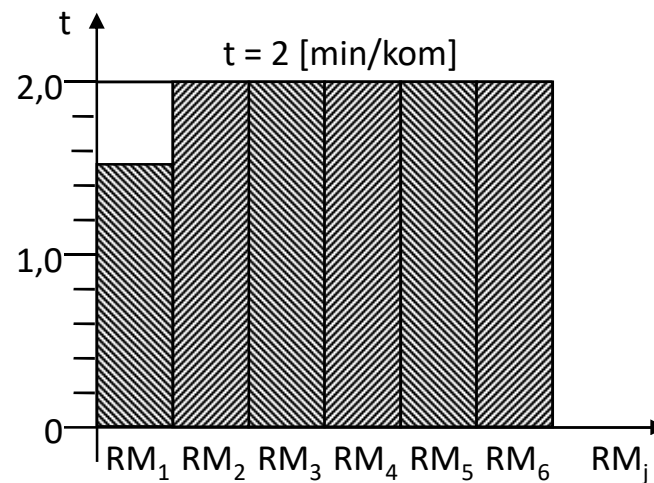
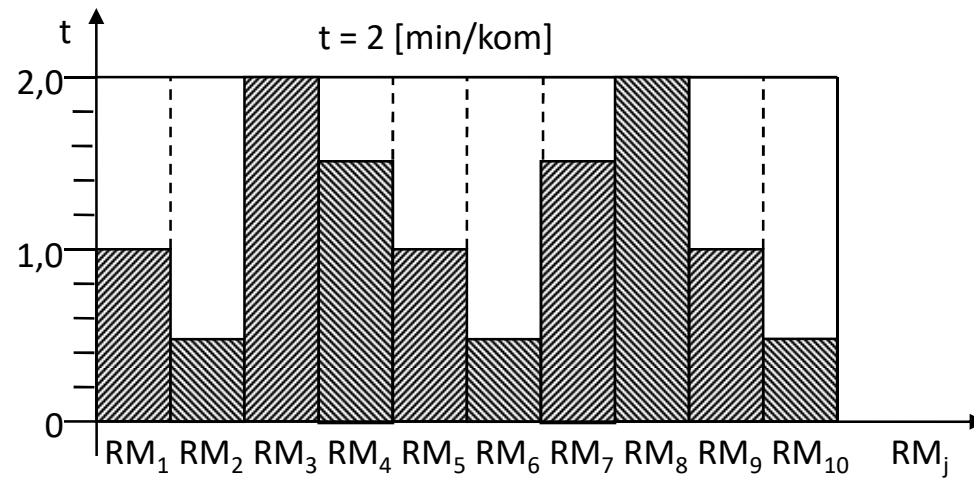
$$\frac{G'(t_{ij}) - \min G(t_{ij})}{\min G(t_{ij})} 100 = \frac{1689120 - 99360}{99360} 100 = 1600(\%)$$

$$\frac{\max \eta_u - \eta'_u}{\max \eta_u} 100 = \frac{95.83 - 57.5}{95.83} 100 = 40(\%)$$

$$\frac{n' \min n}{\min n} 100 = \frac{10 - 6}{6} 100 = 66.67(\%)$$

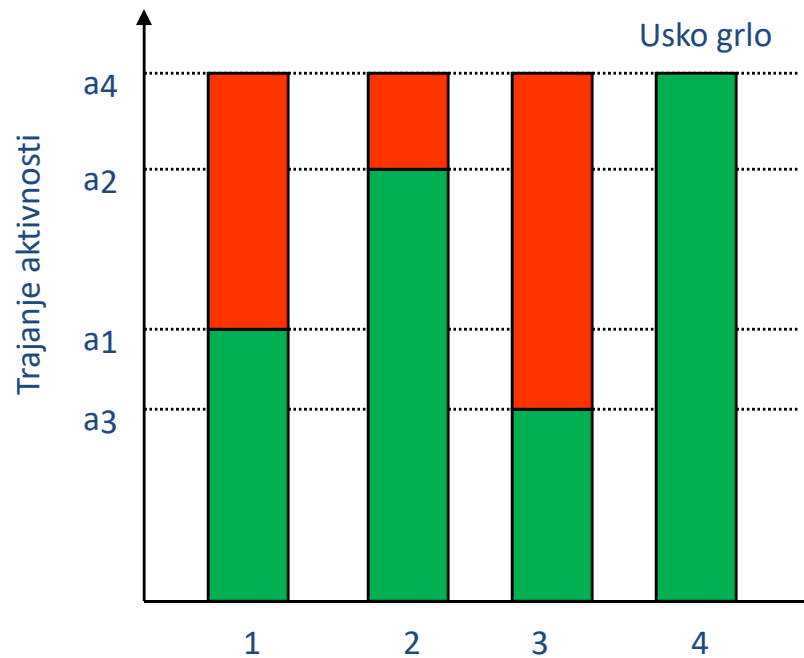
Zadatak 1

e)



Merenje produktivnosti rada

■ = Gubici ■ = Vreme aktivnosti



Mere produktivnosti rada

- *Direktan sadržaj rada* = $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

- Ako je jedan radnik po resursu:

$$\text{Direktni gubici} = (a_4 - a_1) + (a_4 - a_2) + (a_4 - a_3)$$

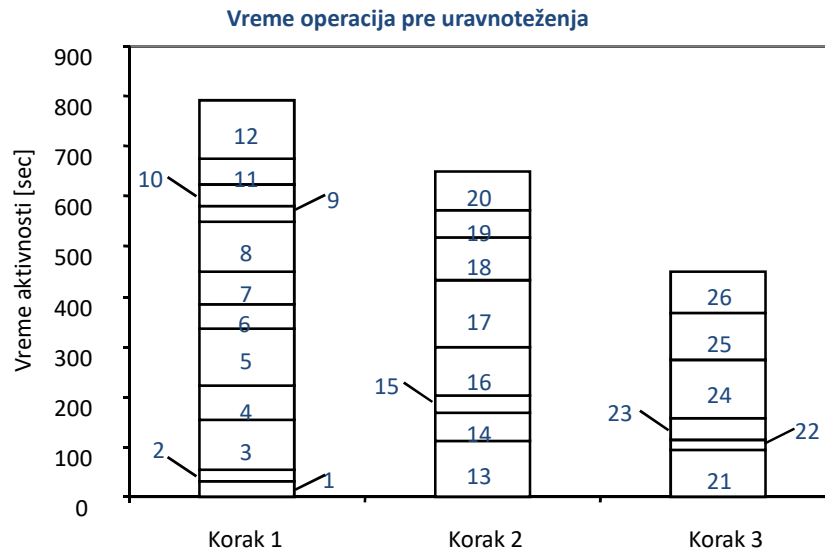
- *Prosečna iskorišćenost rada*

$$= \frac{\text{sadržaj rada}}{\text{sadržaj rada} + \text{direktno vreme čekanja}}$$

- *Troškovi direktnog rada*

$$= \frac{\text{ukupne plate po jedinici vremena}}{\text{ritam po istoj jedinici vremena}}$$

Primer – montaža trotineta



- 1: Pripremiti sajlu
- 2: Doneti sajlu
- 3: Montirati podloške
- 4: Postaviti viljušku
- 5: Montirati šrafove za osovinu
- 6: Postaviti osovinu
- 7: Postaviti stopu za kočenje i oprugu
- 8: Postaviti prednji točak
- 9: Ubaciti šraf u osovinu
- 10: Pritegnuti šraf
- 11: Pritegnuti šraf za držanje kočnice
- 12: Montirati držače na upravljaču
- 13: Montirati ručicu kočnice i sajlu
- 14: Skratiti sajlu na potrebnu dužinu
- 15: Postaviti prvu stranicu
- 16: Ubaciti osovinu
- 17: Postaviti zadnji točak
- 18: Postaviti drugu stranicu i gazište
- 19: Postaviti traku protiv klizanja
- 20: Ubaciti držače gazišta
- 21: Prekontrolisati i obrisati
- 22: Staviti nalepnice
- 23: Ubaciti u plastičnu kesu
- 24: Sastaviti kutiju
- 25: Ubaciti trotinet i uputstvo
- 26: Zatvoriti kutiju

Primer – montaža trotineta

Korak	K1	K2	K3
Vreme	13 (780s)	11 (660s)	8 (480s)

Usko grlo -> Korak 1

Sadržaj rada = $13 + 11 + 8 = 32$ [min]

Direktni gubici = $0 + (13-11) + (13-8) = 7$ [min]

Prosečna iskorišćenost rada = $32/(32+7) = 82\%$

Raspoloživo radno vreme: 35 časova nedeljno

Ritam: 161,5 trotineta nedeljno

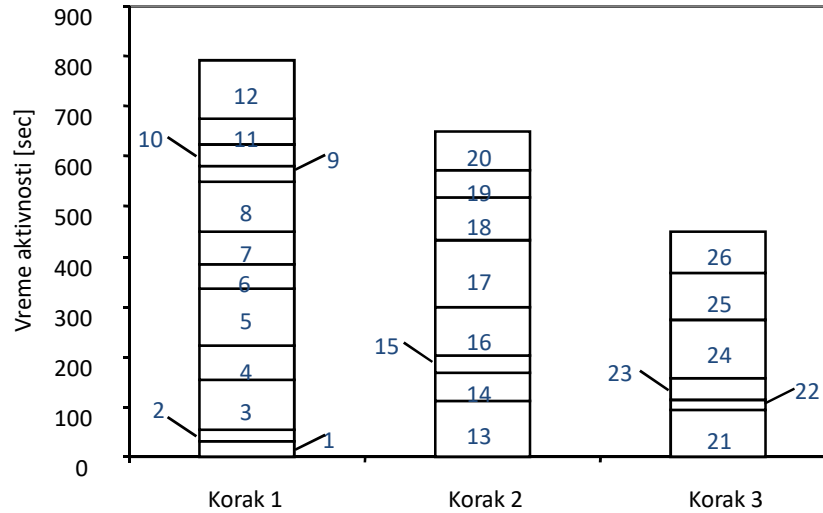
Plata: 12\$ po satu

Troškovi direktnog rada = (plata za nedelju dana)/(ritam za nedelju dana)

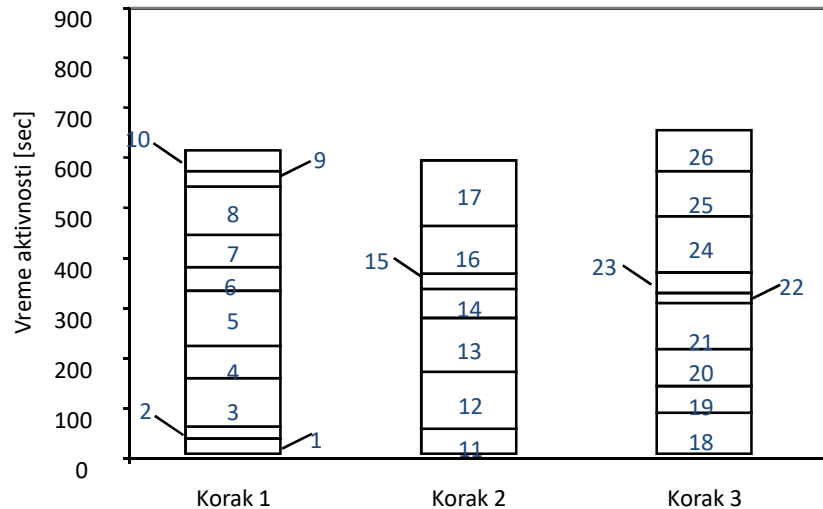
= $(3 * 12 * 35)/(1/13 * 60 * 35) = 7,80\$$ po trotinetu

Primer – montaža trotineta

Vreme operacija pre uravnoteženja



Vreme operacija posle uravnoteženja



- 1: Pripremiti sajlu
- 2: Doneti sajlu
- 3: Montirati podloške
- 4: Postaviti viljušku
- 5: Montirati šrafove za osovinu
- 6: Postaviti osovinu
- 7: Postaviti stopu za kočenje i oprugu
- 8: Postaviti prednji točak
- 9: Ubaciti šraf u osovinu
- 10: Pritegnuti šraf
- 11: Pritegnuti šraf za držanje kočnice
- 12: Montirati držače na upravljaču
- 13: Montirati ručicu kočnice i sajlu
- 14: Skratiti sajlu na potrebnu dužinu
- 15: Postaviti prvu stranicu
- 16: Ubaciti osovinu
- 17: Postaviti zadnji točak
- 18: Postaviti drugu stranicu i gazište
- 19: Postaviti traku protiv klizanja
- 20: Ubaciti držače gazišta
- 21: Prekontrolisati i obrisati
- 22: Staviti nalepnice
- 23: Ubaciti u plastičnu kesu
- 24: Sastaviti kutiju
- 25: Ubaciti trotinet i uputstvo
- 26: Zatvoriti kutiju

Primer – montaža trotineta

Korak	K1	K2	K3
Vreme	623s	602s	665s

Usko grlo -> Korak 3

Sadržaj rada = $623 + 602 + 665 = 1890$ [s]

Direktni gubici = $(665-623) + (665-602) + 0 = 105$ [s]

Prosečna iskorišćenost rada = $1890/(1890+105) = 94,7\%$

Raspoloživo radno vreme: 35 časova nedeljno

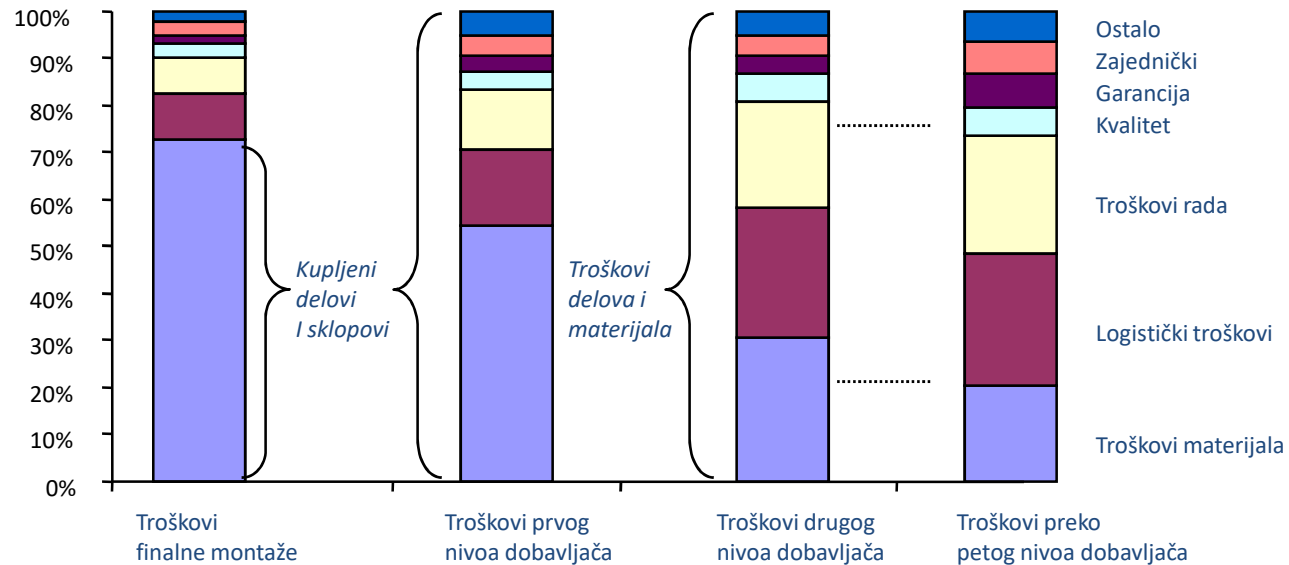
Ritam: 189,5 trotineta nedeljno

Plata: 12\$ po satu

Troškovi direktnog rada = (plata za nedelju dana)/(ritam za nedelju dana)

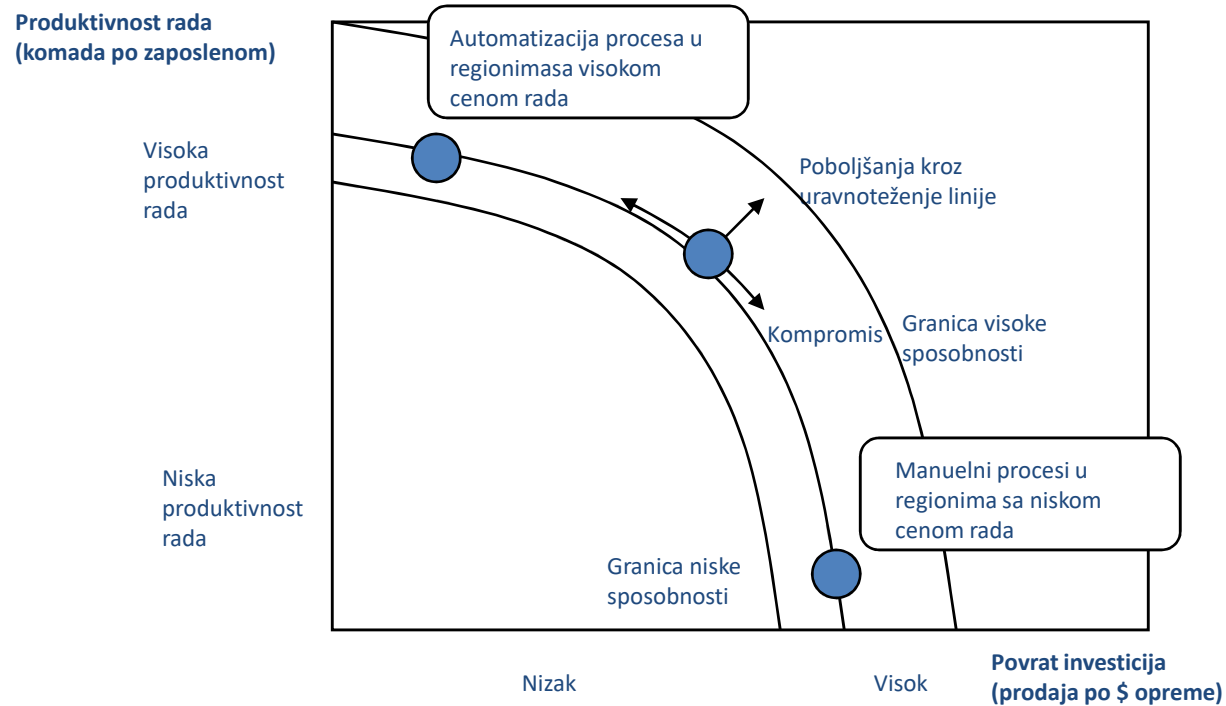
= $(3 * 12 * 35)/(1/665 * 3600 * 35) = 6,67\$$ po skuteru

Kategorije troškova u lancu snabdevanja



(Whitney 2004, zasnovano na DaimlerChrysler)

Poboljšanja kroz uravnoteženje linije





Ograničenja u uravnoteženju linije

- Bilo koja promena (promena zahteva korisnika, promena karakteristika proizvoda, promena metoda rada, promena tehnologije, ...) dovodi do pojave neuravnoteženosti;
- Ponovno uravnoteženje može dovesti do novih ograničenja.



Načini za poboljšanje uravnoveženosti

- Neki od mogućih načina za poboljšanje uravnoveženosti:
 - Podela rada na manje elemente;
 - Analiza metoda rada;
 - Prethodna (delimična montaža);
 - Korišćenje zaliha (bafera) nedovršene proizvodnje;
 - Paralelna radna mesta;
 - Grupna tehnologija i ćelijska proizvodnja;
 - ...

Pitanja

