



Određivanje odgovarajućeg načina  
proizvodnje proizvoda iz optimalnog plana

Određivanje veličine i broja serija

# Određivanje veličine i broja serija

Knjiga: oblast 2.3. strana 91.

Zbirka: oblast 1.2. strana 23.

- U postupku projektovanja i postavljanja novih procesa proizvodnje kao i u postupku zatvaranja radnih mesta, odnosno povećanja nivoa organizovanosti, posle određivanja optimalnog plana proizvodnje treba utvrditi odgovarajući način proizvodnje proizvoda iz tog plana.
- To znači da za sve vrste proizvoda iz optimalnog plana treba proračunati kada će se proizvod lansirati u proizvodnju, u koliko navrata će se to raditi i u kojim količinama.

# Određivanje veličine i broja serija

**Optimalni plan**

**NAČIN PROIZVODNJE**

- **KADA** će se proizvod lansirati u proizvodnju
- **Koliko puta**
- **U kojim količinama**

Određivanje  
optimalne  
veličine i  
broja serija

# Serijska proizvodnja

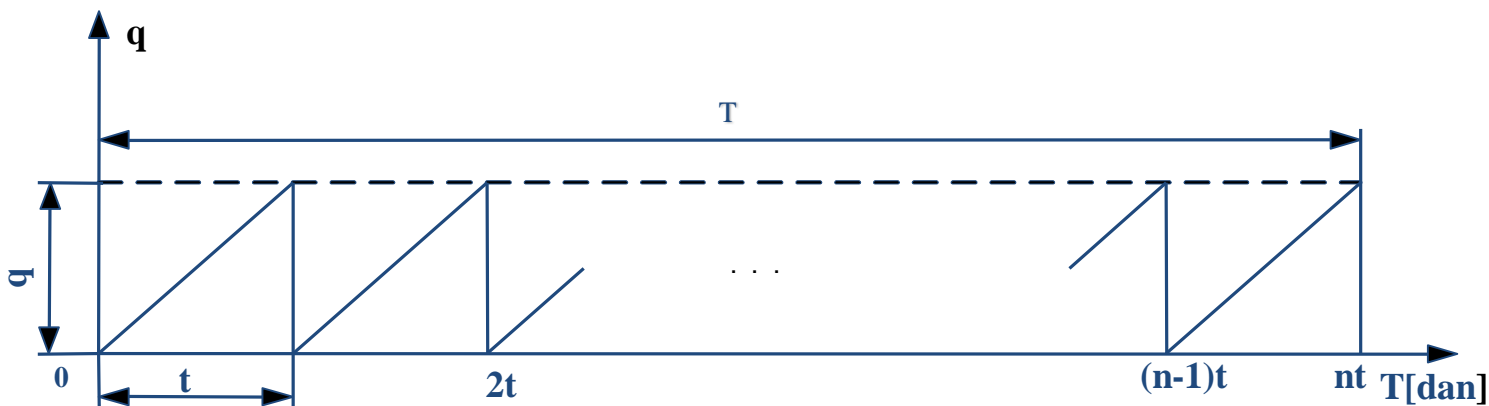
- svi proizvodi u seriji su isti,
- proizvodnja serije je neprekidna, kad se završi jedna serija na istim sredstvima za rad počinje proizvodnja nekog drugog proizvoda,
- proizvedena količina se skladišti i postepeno troši, a kada se potroši ili nešto ranije, počinje izrada druge serije

# Troškovi serijske proizvodnje

- Troškovi pripreme serija –TR1:
  - izrada konstrukcije i tehnološke dokumentacije,
  - izrada ili priprema alata i pribora,
  - priprema sredstava za rad,
  - priprema radnika, itd.
- Troškovi skladištenja proizvoda – TR2:
  - kamata na obrtna sredstva angažovana u zalihama gotovih proizvoda,
  - kvar i lom na zalihama,
  - troškovi osiguranja proizvoda na zalihama,
  - troškovi manipulacije sa proizvodom,
  - troškovi skladištenja i održavanja proizvoda na skladištu itd.

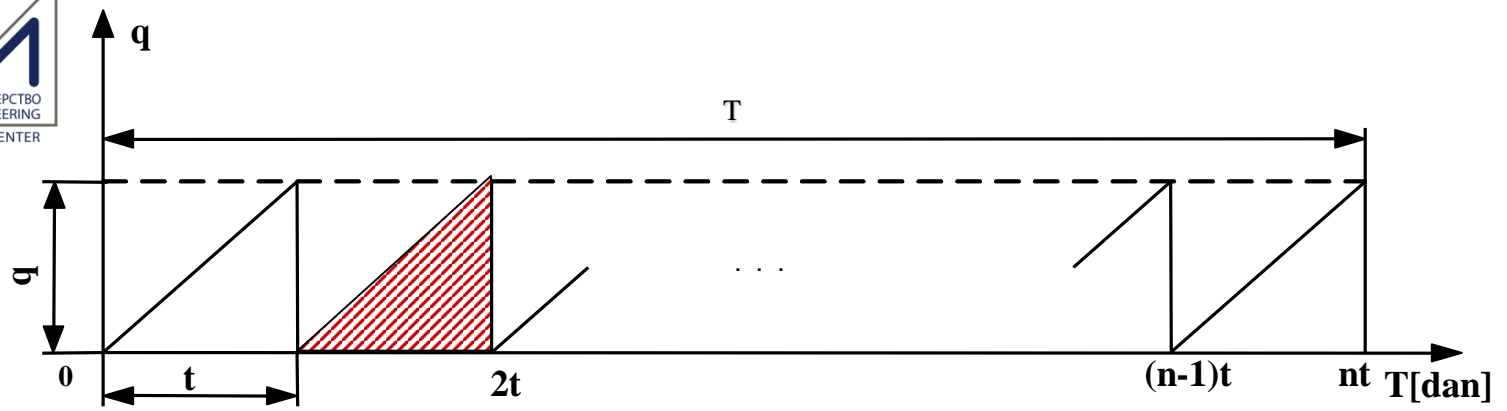
# Veličine koje se koriste u proračunu

- **T [dan/int]** - veličina vremenskog intervala, najčešće jedna godina,
- **Q [kom/int]** - optimalni program proizvodnje proizvoda P za posmatrani interval,
- **n [1]** - broj serija koje će se proizvoditi u vremenskom intervalu T,
- **t [dan/ser]** - vreme proizvodnje jedne serije,
- **q [kom/ser]** - veličina serije,
- **trs [nj/kom.dan]** - troškovi skladištenja jedinice proizvoda u jednom danu,
- **trp [nj/ser]** - troškovi pripreme jedne serije.



# Merilo optimalnosti

- $TR = TR_1 + TR_2$
- $q \begin{matrix} \uparrow TR1 \\ \downarrow \end{matrix}$
- $q \begin{matrix} \uparrow TR2 \\ \uparrow \end{matrix}$
- $TR = TR(q)$
  
- $q_0 = ?$



**Ukupni troškovi pripreme serija:**

$$TR_1 = trp \cdot n = trp \cdot \frac{Q}{q} \quad \left( n = \frac{Q}{q} \right)$$

**Ukupni troškovi skladištenja proizvoda P:**

troškovi skladištenja jedne serije:  $tr_s \cdot \frac{q \cdot t}{2}$

$$TR_2 = tr_s \cdot \frac{q \cdot t}{2} \cdot n = \frac{tr_s \cdot T}{2} \cdot q \quad \left( n = \frac{T}{t} \right)$$

$$TR = TR_1 + TR_2 = trp \cdot \frac{Q}{q} + \frac{tr_s \cdot T}{2} \cdot q$$



Ukupni troškovi serija su:

$$TR = TR_1 + TR_2 = trp \cdot \frac{Q}{q} + \frac{trs \cdot T}{2} \cdot q$$

$$TR = TR(q)$$

Treba odrediti veličinu serije  $q_0$  za koju će  $TR(q)$  imati minimalnu vrednost:

Prvi izvod:

$$\frac{dTR}{dq} = 0$$

Drugi izvod:

$$\frac{d^2TR}{dq^2} \geq 0$$

Treba odrediti veličinu serije  $q_0$  za koju će  $TR(q)$  imati minimalnu vrednost:  $TR = TR_1 + TR_2 = trp \cdot \frac{Q}{q} + \frac{trs \cdot T}{2} \cdot q$

Prvi izvod po q:

$$\frac{dTR}{dq} = 0$$

$$\frac{d^2TR}{dq^2} \geq 0$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$ax' = a$$

$$\frac{dTR}{dq} = \frac{d\left(trp \cdot \frac{Q}{q} + \frac{trs \cdot T}{2} \cdot q\right)}{dq} = 0$$

$$\frac{1}{q^2} = \frac{trs \cdot T}{2 \cdot trp \cdot Q}$$

$$\left(trp \cdot \frac{Q}{q} + \frac{trs \cdot T}{2} \cdot q\right)' = 0$$

$$q^2 = 2 \cdot \frac{trp}{trs} \cdot \frac{Q}{T}$$

$$\frac{trp \cdot Q}{-q^2} + \frac{trs \cdot T}{2} = 0$$

$$q_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{trp}{trs} \cdot \frac{Q}{T}}$$

$$\frac{trp \cdot Q}{q^2} = \frac{trs \cdot T}{2}$$

Drugi izvod po q:  $\frac{d^2TR}{dq^2} = 2 \cdot trp \cdot \frac{Q}{q^3} \geq 0$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = -2 \frac{1}{x^3}$$

## Optimalne vrednosti parametara koji određuju seriju:

$$q_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{trp}{trs}}$$

- optimalna veličina serije u [kom/ser];

$$n_0 = \frac{Q}{q_0}$$

- optimalan broj serija u toku vremenskog intervala u [1];

$$t_0 = \frac{T}{n_0}$$

- optimalno vreme proizvodnje jedne serije u [dan/ser].

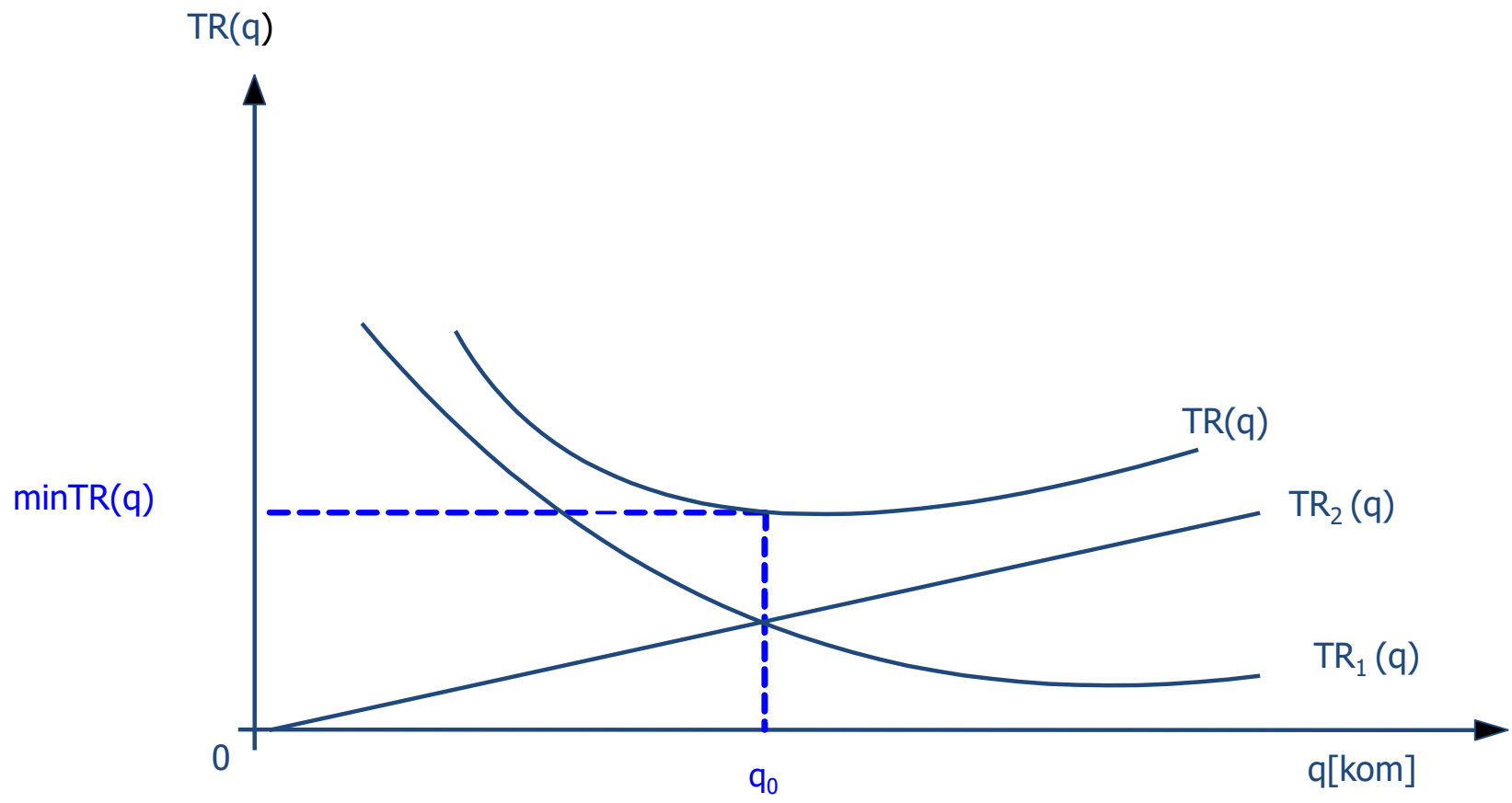
## Minimalni troškovi proizvodnje

$$TR = TR_1 + TR_2 = \text{trp} \cdot \frac{Q}{q} + \frac{\text{trs} \cdot T}{2} \cdot q \quad \text{i} \quad q_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{\text{trp}}{\text{trs}}}$$

$$\Rightarrow \min TR = TR(q_0) = \text{trp} \frac{Q}{\sqrt{2 \frac{Q}{T} \frac{\text{trp}}{\text{trs}}}} + \frac{\text{trs} \cdot T}{2} \cdot \sqrt{2 \frac{Q}{T} \frac{\text{trp}}{\text{trs}}}$$

$$\min TR = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot \text{trp} \cdot \text{trs}} \text{ [nj]}$$

# Grafički prikaz



# Zadatak 1

Program proizvodnje jednog proizvoda za interval od 365 dana je 1000 kom. Proces proizvodnje se odvija kontinualno. Svaku proizvedenu seriju je moguće isporučiti sa skladišta istog trenutka kada je i završena. Izračunato je da troškovi pripreme jedne serije, bez obzira na njenu veličinu, iznose 7300 nj. Takođe je utvrđeno da skladištenje jednog komada proizvoda košta 4 nj dnevno. Cilj je da ukupni troškovi serija budu minimalni pa je u tom smislu potrebno:

- a. odrediti optimalnu veličinu serija, njihov broj i vreme proizvodnje jedne serije pa da program proizvodnje bude ostvaren u posmatranom vremenskom intervalu;
- b. izračunati najmanje ukupne troškove serija;
- c. grafički predstaviti:
  - plan proizvodnje i opisati ga;

# Zadatak 1

Program proizvodnje jednog proizvoda za interval od 365 dana je 1000 kom. Proces proizvodnje se odvija kontinualno. Svaku proizvedenu seriju je moguće isporučiti sa skladišta istog trenutka kada je i završena. Izračunato je da troškovi pripreme jedne serije, bez obzira na njenu veličinu, iznose 7300 nj. Takođe je utvrđeno da skladištenje jednog komada proizvoda košta 4 nj dnevno. Cilj je da ukupni troškovi serija budu minimalni pa je u tom smislu potrebno:

a. odrediti **optimalnu veličinu serija, njihov broj i vreme proizvodnje jedne serije** pa da program proizvodnje bude ostvaren u posmatranom vremenskom intervalu;

$$T = 365 \text{ [dan/god]}$$

$$Q = 1000 \text{ [kom/god]}$$

$$\text{trp} = 7\,300 \text{ [nj/ser]}$$

$$\text{trs} = 4 \text{ [nj/kom.dan]}$$

$$q_o = \sqrt{2 \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{\text{trp}}{\text{trs}}} \left[ \frac{\text{kom}}{\text{ser}} \right] \Rightarrow q_o = \sqrt{2 \cdot \frac{1000}{365} \cdot \frac{7300}{4}} = 100 \left[ \frac{\text{kom}}{\text{ser}} \right]$$

$$n_o = \frac{Q}{q_o} \text{ [1]} \Rightarrow n_o = \frac{1000}{100} = 10 \text{ [1]}$$

$$t_o = \frac{T}{n_o} \left[ \frac{\text{dan}}{\text{ser}} \right] \Rightarrow t_o = \frac{365}{10} = 36.5 \left[ \frac{\text{dan}}{\text{ser}} \right]$$

# Zadatak 1

Program proizvodnje jednog proizvoda za interval od 365 dana je 1000 kom. Proces proizvodnje se odvija kontinualno. Svaku proizvedenu seriju je moguće isporučiti sa skladišta istog trenutka kada je i završena. Izračunato je da troškovi pripreme jedne serije, bez obzira na njenu veličinu, iznose 7300 nj. Takođe je utvrđeno da skladištenje jednog komada proizvoda košta 4 nj dnevno. Cilj je da ukupni troškovi serija budu minimalni pa je u tom smislu potrebno:

b. izračunati najmanje ukupne troškove serija;

$$T = 365 \text{ [dan/god]}$$

$$Q = 1000 \text{ [kom/god]}$$

$$\text{trp} = 7\,300 \text{ [nj/ser]}$$

$$\text{trs} = 4 \text{ [nj/kom.dan]}$$

$$\min TR = \sqrt{2 \cdot Q \cdot T \cdot \text{trp} \cdot \text{trs}} \text{ [n.j]}$$

$$\min TR = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot 365 \cdot 7300 \cdot 4} = 146000 \text{ [n.j]}$$

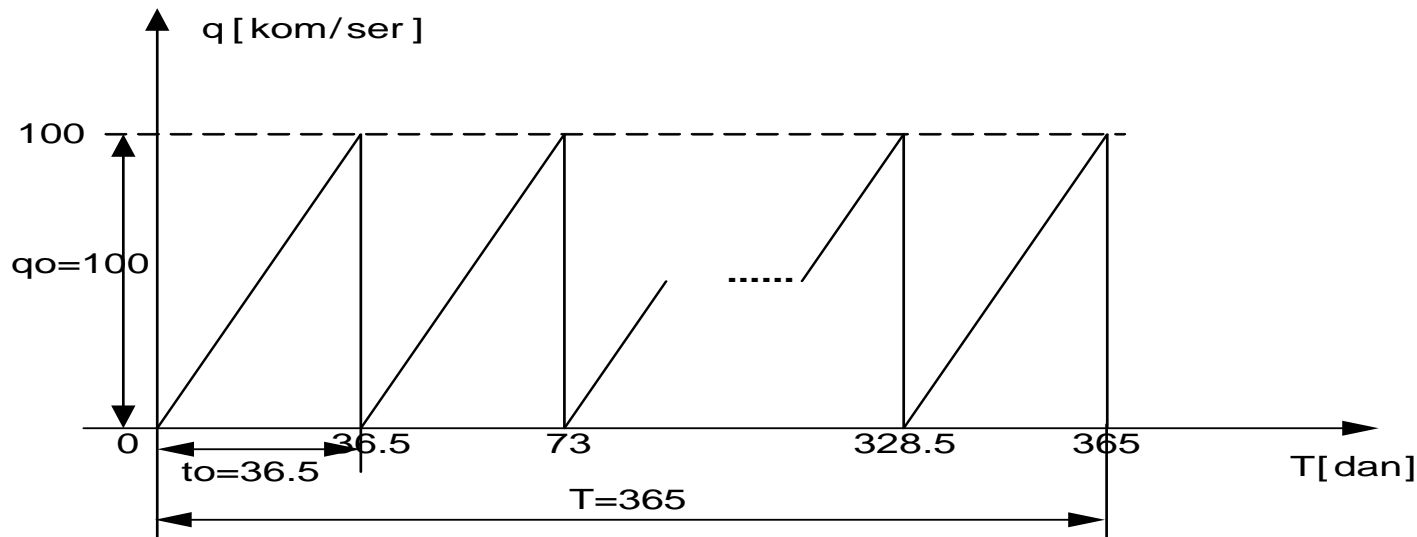


# Zadatak 1

Program proizvodnje jednog proizvoda za interval od 365 dana je 1000 kom. Proces proizvodnje se odvija kontinualno. Svaku proizvedenu seriju je moguće isporučiti sa skladišta istog trenutka kada je i završena. Izračunato je da troškovi pripreme jedne serije, bez obzira na njenu veličinu, iznose 7300 nj. Takođe je utvrđeno da skladištenje jednog komada proizvoda košta 4 nj dnevno. Cilj je da ukupni troškovi serija budu minimalni pa je u tom smislu potrebno:

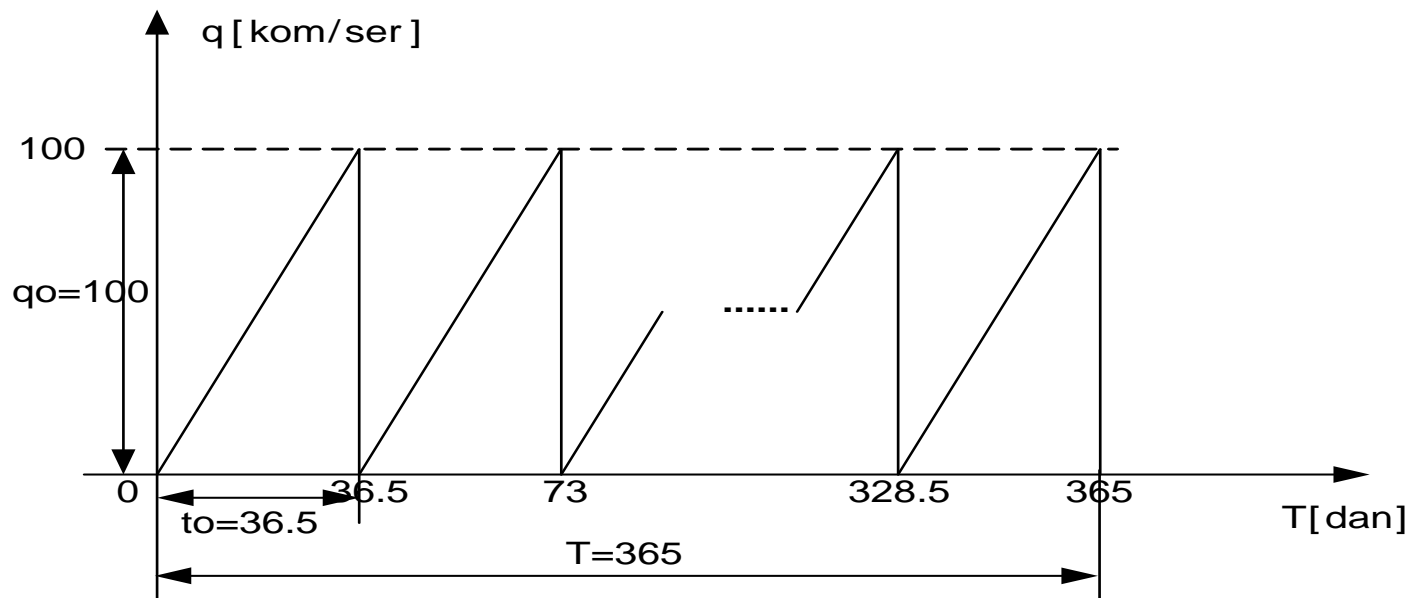
C. grafički predstaviti plan proizvodnje i opisati ga;

Odvijanje serijske proizvodnje – grafik testerica:



# Zadatak 1

c. grafički predstaviti plan proizvodnje i opisati ga;



Program proizvodnje od 1000 komada trebalo bi proizvoditi u 10 serija po 100 komada, gde će se svaka serija proizvoditi za 36.5 dana. Ovakav način proizvodnje obezbeđuje najmanje ukupne troškove od 146 000 [n.j.].

# ZADATAK 2

Praćenjem troškova pripreme proizvodnje serija i skladištenja gotovih proizvoda, utvrđena je aproksimativna funkcija ukupnih troškova, za interval od 260 dana, sledećeg oblika:

$$TR(n) = n^2 - 20n + 86000$$

Program proizvodnje za posmatrani interval je 1000 komada. Troškovi pripreme jedne serije su 5200 nj. Izrada se vrši bez prekida a svaka serija će biti otpremljena sa skladišta čim bude proizvedena.

U cilju sastavljanja plana proizvodnje koji će dati minimalne troškove serija, potrebno je:

- Izračunati optimalnu veličinu serija, njihov broj i vreme proizvodnje jedne serije pa da program proizvodnje bude ostvaren u posmatranom intervalu;
- Izračunati najmanje ukupne troškove serija i troškove skladištenja jedinice proizvoda u jednom danu;
- Grafički prikazati i obrazložiti godišnji plan proizvodnje posmatranog proizvoda;
- Izračunati za koliko će se povećati u procentima ukupni troškovi serija ako se umesto optimalnog broja serija usvoje dve serije u posmatranom intervalu;

# ZADATAK 2

Praćenjem troškova pripreme proizvodnje serija i skladištenja gotovih proizvoda, utvrđena je aproksimativna funkcija ukupnih troškova, za interval od 260 dana, sledećeg oblika:

$$TR(n) = n^2 - 20n + 86000$$

Program proizvodnje za posmatrani interval je 1000 komada. Troškovi pripreme jedne serije su 5200 nj. Izrada se vrši bez prekida a svaka serija će biti otpremljena sa skladišta čim bude proizvedena.

$$T = 260 \text{ [dan/god]}$$

Troškovi su nam dati preko funkcije i to u zavisnosti od broja serija:

$$TR(n) = n^2 - 20n + 86000 \text{ [n.j.]}$$

$$Q = 1000 \text{ [kom/int]}$$

$$trp = 5\,200 \text{ [nj/ser]}$$

# ZADATAK 2

a) Izračunati optimalnu veličinu serija, njihov broj i vreme proizvodnje jedne serije pa da program proizvodnje bude ostvaren u posmatranom intervalu;

$$T = 260 \text{ [dan/god]} \quad TR(n) = n^2 - 20n + 86000 \text{ [n.j.]} \quad Q = 1000 \text{ [kom/int]} \quad trp = 5\,200 \text{ [nj/ser]}$$

Prvi izvod:

Drugi izvod:

$$\frac{dTR}{dn} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{d^2TR}{dn^2} \geq 0$$

Prvi izvod po n:  $\frac{dTR}{dn} = 2n - 20 = 0 \Rightarrow 2n = 20 \Rightarrow n = 10 [1]$

Da li je ovo optimalan broj serija?

$$\frac{d^2TR}{dn^2} = 2 \geq 0 \quad \checkmark \quad n_o = 10 [1]$$

$$q_o = \frac{Q}{n_o} \left[ \frac{\text{kom}}{\text{ser}} \right] \Rightarrow q_o = \frac{1000}{10} = 100 \left[ \frac{\text{kom}}{\text{ser}} \right]$$

$$t_o = \frac{T}{n_o} \left[ \frac{\text{dan}}{\text{ser}} \right] \Rightarrow t_o = \frac{260}{10} = 26 \left[ \frac{\text{dan}}{\text{ser}} \right]$$

# ZADATAK 2

b) Izračunati najmanje ukupne troškove serija i troškove skladištenja jedinice proizvoda u jednom danu;

$$TR(n) = n^2 - 20n + 86000 \text{ [n.j.]} \quad T = 260 \text{ [dan/god]} \quad Q = 1000 \text{ [kom/int]} \quad trp = 5\,200 \text{ [nj/ser]}$$

$$n_0 = 10 \text{ [1]}$$

$$q_0 = 100 \text{ [kom/ser]}$$

$$t_0 = 26 \text{ [dan/ser]}$$

$$TR_{\min} = TR(n_0 = 10) = 10^2 - 20 \cdot 10 + 86000 = 85900 \text{ [n.j.]} \quad !$$

$$q_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{trp}{trs}} \left[ \frac{\text{kom}}{\text{ser}} \right] \quad \Rightarrow \quad trs = \frac{2 \cdot Q \cdot trp}{T \cdot q^2} \left[ \frac{\text{n.j.}}{\text{kom} \cdot \text{dan}} \right]$$

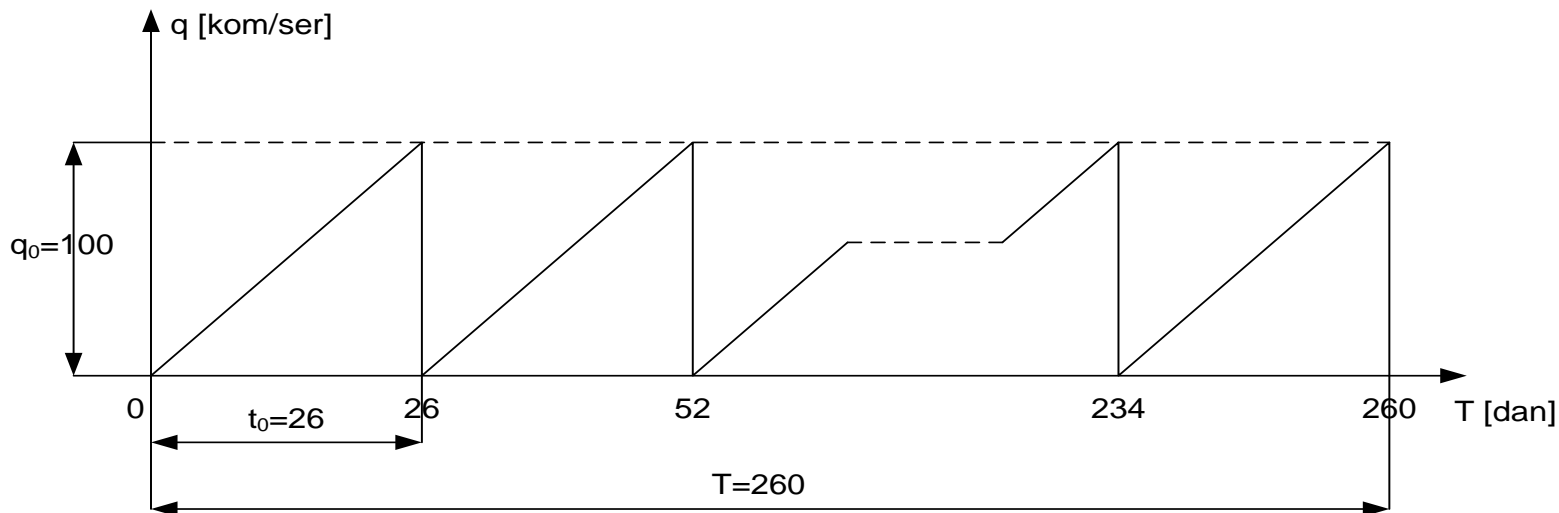
$$trs = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 5200}{260 \cdot 100^2} = 4 \left[ \frac{\text{n.j.}}{\text{kom} \cdot \text{dan}} \right]$$

# ZADATAK 2

c) Grafički prikazati i obrazložiti godišnji plan proizvodnje posmatranog proizvoda;

$$TR(n) = n^2 - 20n + 86000 \text{ [n.j.]}$$

$T = 260 \text{ [dan/god]}$   
 $n_0 = 10 \text{ [1]}$   
 $q_0 = 100 \text{ [kom/ser]}$   
 $t_0 = 26 \text{ [dan/ser]}$



Opis:  
 Program proizvodnje od 1000 komada trebalo bi proizvoditi u 10 serija po 100 komada, gde će se svaka serija proizvoditi za 26 dana. Ovakav način proizvodnje obezbeđuje najmanje ukupne troškove od 85 900 [n.j.].

# ZADATAK 2

d) Izračunati za koliko će se povećati u procentima ukupni troškovi serija ako se umesto optimalnog broja serija usvoje dve serije u posmatranom intervalu;

$$TR(n) = n^2 - 20n + 86000 \text{ [n.j.]} \quad T = 260 \text{ [dan/god]} \quad Q = 1000 \text{ [kom/int]} \quad trp = 5\,200 \text{ [nj/ser]}$$

$$n_0 = 10 \text{ [1]} \quad q_0 = 100 \text{ [kom/ser]} \quad t_0 = 26 \text{ [dan/ser]} \quad trs = 4 \text{ [nj/(kom*dan)]}$$

$$TR' = TR(n = 2) = 2^2 - 20 \cdot 2 + 86000 = 85\,964 \text{ [n.j.]}$$

$$minTR = 85900 \text{ [n.j.]}$$

$$\Delta TR = \frac{TR' - TR_{min}}{TR_{min}} \cdot 100 \text{ [%]} \quad \Rightarrow \quad \Delta TR = \frac{85964 - 85900}{85900} \cdot 100 = 0.07 \text{ [%]}$$