



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Одређивање одговарајућег
линијског распореда радних места

- Код серијске и великосеријске производње

ФУНКЦИЈА ЦИЉА
(КРИТЕРИЈУМ
ОПТИМАЛНОСТИ) } => Минимални укупни пређени
пут предмета рада

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



1. $\left. \begin{array}{l} \text{Формирати скуп} \\ \text{врста операција} \end{array} \right\} \Rightarrow VO_j; j=1,2,\dots,n$

2. $\left. \begin{array}{l} VO_j \\ \text{Редослед} \\ \text{врста} \\ \text{операција за} \\ P_i; i=1,2,\dots,m \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Општи низ врста} \\ \text{радних места} \\ \mathbf{ON}: RM_1; RM_2;\dots; RM_j;\dots; RM_n; \end{array}$

МЕТОД?

МОДИФИКОВАНИ МЕТОД УСЛОВНИХ НИЗОВА

$$\begin{array}{lcl} 3. & P_1 : & \left. \begin{array}{l} RO_1 \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_1 \\ & P_2 : & \left. \begin{array}{l} RO_2 \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_2 \\ & \vdots & \vdots \\ & P_i : & \left. \begin{array}{l} RO_i \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_i \\ & \vdots & \vdots \\ & P_m : & \left. \begin{array}{l} RO_m \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_m \end{array}$$

$UN_i, i = 1, 2, \dots, m$ -
условни низ радних
места

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



ТАБЕЛА ФРЕКВЕНЦИЈА

4.

Фреквенција Радно место	Фреквенција f_{ik}								
	1	2	...	k-1	k	k+1	...	n-1	n
RM_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1k-1}	f_{1k}	f_{1k+1}	...	f_{1n-1}	f_{1n}
RM_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2k-1}	f_{2k}	f_{2k+1}	...	f_{2n-1}	f_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
RM_i	f_{i1}	f_{i2}	...	f_{ik-1}	f_{ik}	f_{ik+1}	...	f_{in-1}	f_{in}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
RM_n	f_{n1}	f_{n2}	...	f_{nk-1}	f_{nk}	f_{nk+1}	...	f_{nn-1}	f_{nn}

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



$$\left. \begin{array}{c} UN_1 \\ UN_2 \\ \vdots \\ UN_i \\ \vdots \\ UN_m \end{array} \right\} \Rightarrow f_{ij}$$

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, n \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

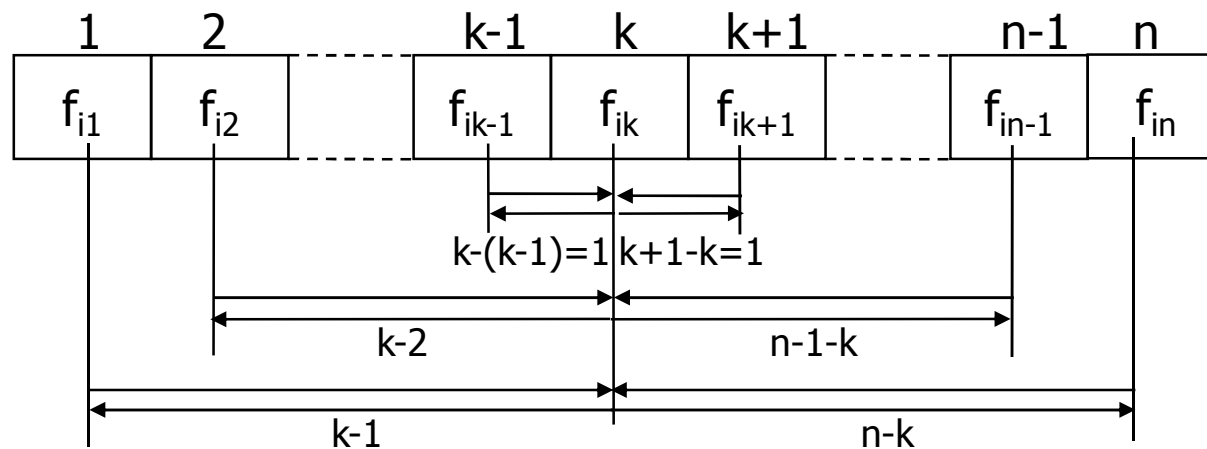
$UN_i, i = 1, 2, \dots, m$ – условни низови

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Како израчунати модификовану фреквенцију?

Шта све утиче на укупни захтев да се PM_i распореди на k -ту позицију?



$$F_{ik} = f_{ik} + f'_{ik} - f''_{ik}$$

$$j = k \Rightarrow f_{ik}$$

$$j = 1, \dots, k-1 \Rightarrow f'_{ik} = 2 \cdot (k-1) \cdot f_{i1} + 2 \cdot (k-2) \cdot f_{i2} + \dots + 2 \cdot (k-(k-1)) \cdot f_{ik-1}$$

$$\Rightarrow f'_{ik} = 2 \sum_{j=1}^{k-1} (k-j) f_{ij}$$

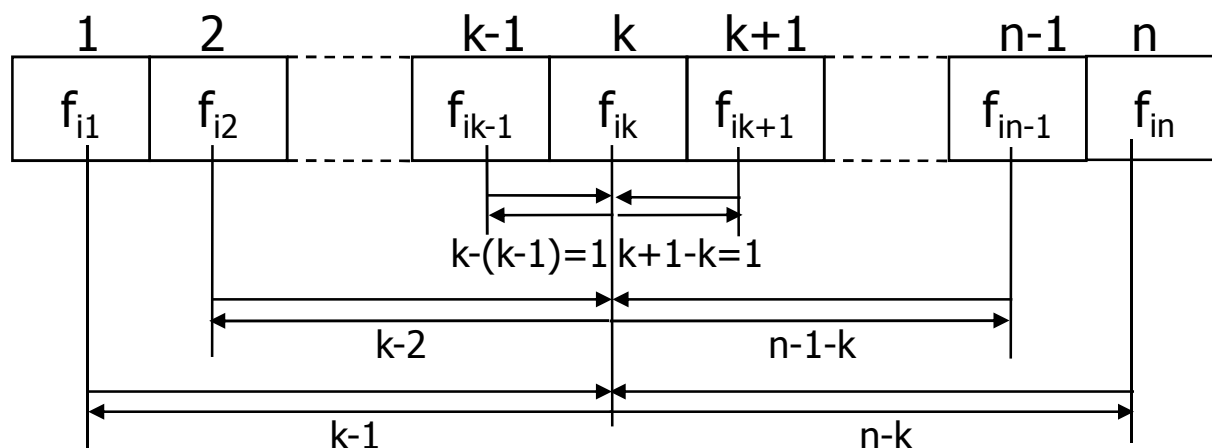
$$j = k+1, \dots, n \Rightarrow f''_{ik} = 2 \cdot (k+1-k) \cdot f_{ik+1} + \dots + 2 \cdot (n-1-k) \cdot f_{in-1} + 2 \cdot (n-k) \cdot f_{in}$$

$$\Rightarrow f''_{ik} = 2 \sum_{j=k+1}^n (j-k) f_{ij}$$

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Како израчунати модификовану фреквенцију?



f_{ik}

$$f'_{ik} = 2 \sum_{j=1}^{k-1} (k-j)f_{ij}$$

$$f''_{ik} = 2 \sum_{j=k+1}^n (j-k)f_{ij}$$

$$F_{ik} = f_{ik} + f'_{ik} - f''_{ik}$$

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^{k-1} (k-j)f_{ij} - 2 \sum_{j=k+1}^n (j-k)f_{ij}$$

$$\Rightarrow F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k-j)f_{ij}$$

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Како израчунати функцију циља?

- Функција циља - **јединични пут предмета рада: (мин) L_0**
- Одређује се на следећи начин:
 - За утврђени оптимални линијски распоред радних места направити шематски приказ линије са путањама свих врста производа.
 - Израчунати јединичне путање свих врста производа тако што ће дужинска јединица бити растојање између два суседна радна места. То значи да ће величине јединичних путања $L_1, L_2, \dots, L_m$ бити изражене у позитивним, целим и неименованим бројевима.
 - На основу вредности јединичних путања свих врста производа израчунати најмању вредност функције циља:

$$\min L_0 = \sum_{i=1}^m L_i \quad [1]$$

КОМБИНОВАНИ РАСПОРЕД РАДНИХ МЕСТА

- Шта је комбиновани распоред радних места?
- Како се са групним и линијским распоредом решава проблем комбинованог распореда радних места?

Организација рада више организационих целина на реализацији више предмета рада



Радна недеља	Тематска целина		Циљ
7	10. Организација рада више организационих целина на реализацији више предмета рада		Оспособљавање за израду детаљног оперативног плана ангажовања неколико учесника у изради више производа, у изградњи више објеката, у пружању више услуга. Одређивање потребних параметара за организовање рада више организационих целина на реализацији више предмета рада
	Тематска јединица	10.1 Примери заједничког рада	Препознавање и разумевање реалних случајева заједничког рада више предузећа, више екипа, ..., на реализацији сложених пројеката
		10.2 Дефинисање функције циља	Оспособљавање за суштинско препознавање функције циља и њен формални запис
		10.3 Проналажење решења	Обука за препознавање метода, проналажење решења и упоредну анализу могућих решења
		10.4 Израда детаљног плана ангажовања сваког учесника у заједничком послу	Оспособљавање за израду детаљног плана ангажовања свих учесника у послу и анализу искоришћености њихових капацитета у току заједничког рада

- Изградња више грађевинских објеката на више локација уз учешће више предузећа
- Изградња инфраструктурних објеката.
- Производња више врста производа на више радних места.
- Пружање више врста услуга на више радних места.

ОРГАНИЗАЦИЈА ИЗВРШЕЊА:

- ВИШЕ ПОСЛОВА,
- ВИШЕ АКТИВНОСТИ,
- ВИШЕ ПРОЈЕКТА,...
- ...

У ОКВИРУ НЕКОЛИКО ОРГАНИЗАЦИОНИХ
ЦЕЛИНА

- ОДРЕЂИВАЊЕ ОПТИМАЛНОГ
РЕДОСЛЕДА -

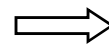
Врсте проблема

1. Одредити такав редослед извршења m послова у оквиру n организационих целина ($m \gg n$) коме ће одговарати минимално укупно време извршења свих послова. Редослед организационих целина при извршењу сваког посла је познат, исти је за све послове и не може се мењати. Исто тако времена трајања послова по организационим целинама позната су и константне су величине.
2. Одредити такав редослед n организационих целина при извршењу m послова ($n \gg m$) коме ће одговарати најмање укупно време трајања свих послова. У овом случају познат је редослед послова и не може се мењати. Исто тако времена трајања послова по организационим целинама позната су и константне су величине.

Структура проблема одређивања оптималног распореда извршења m послова у оквиру n организационих целина

ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ

- радна места
- групе радних места
- одељења или службе
- радионице
- погони, фабрике
- предузећа, установе



ПРЕДМЕТ РАДА

- послови, активности, операције,
- израда делова, производа,...
- изградња објеката
- обрада земљишта
- изградња путева и друге инфраструктуре...

ШТА ЈЕ ЦИЉ?

ОРГАНИЗОВАТИ РАД ТАКО ДА СЕ СВЕ
ЗАВРШИ ЗА НАЈКРАЋЕ ВРЕМЕ

$\min T$

Како се одређује T ?

T - време између тренутка почетка првог посла на првом радном месту и тренутка завршетка последњег посла на последњем радном месту.

Како то изгледа код два радна места и m послова?

$T =$ време рада последњег радног места + сви застоји (чекања) последњег радног места.

Од чега се полази?

- Предмета рада P_i , $i=1, \dots, m$
- Технологије рада (редоследа организационих целина OC_j , $j=1, \dots, n$)
($m > n$)
- Времена трајања послова $t_{ij} = \text{const.}$

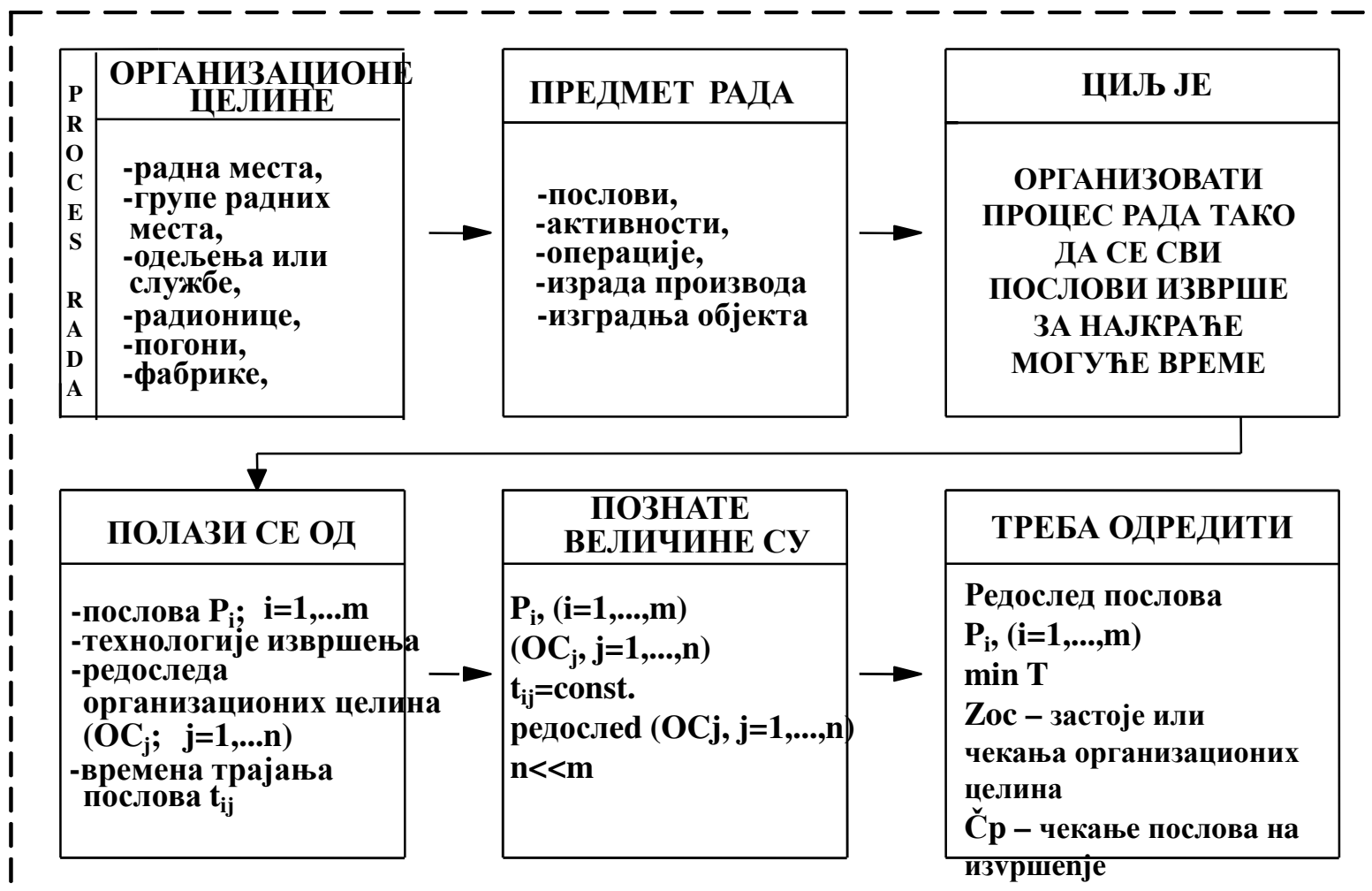
Шта треба одредити?

- Редослед предмета рада P_i (оптимални)
или
- Редослед организационих целина $ОС_j$; ($j = 1, \dots, n$) (оптимални)
- $\min T$
- Застоје или чекања предмета рада
- Чекања или застоје организационих целина

Проналажење решења



Структура проблема одређивања оптималног редоследа извршења m послова у оквиру n организационих целина



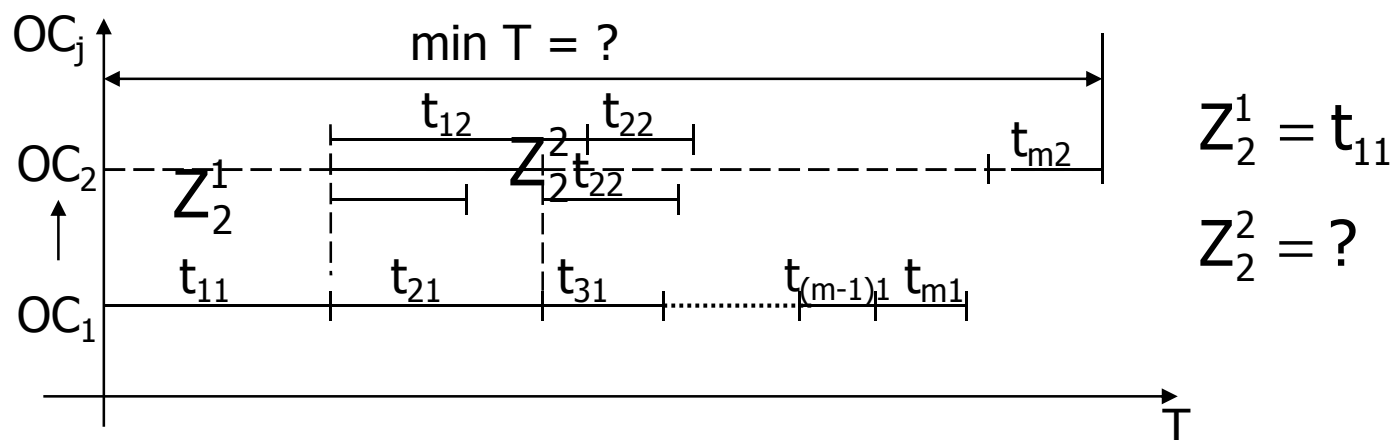
Проналажење решења



Проблем са 2 организационе целине и
 m послова (предмета рада)

Орг. целине Послови	ОС ₁	→ ОС ₂
P_1	t_{11}	t_{12}
P_2	t_{21}	t_{22}
$\vdots$		
P_i	t_{i1}	t_{i2}
$\vdots$		
P_m	t_{m1}	t_{m2}
Укупно	$\sum_{i=1}^m t_{i1}$	$\sum_{i=1}^m t_{i2}$

Како то изгледа графички?



1. Ако је $t_{11} + t_{21} \leq Z_2^1 + t_{12} \Rightarrow Z_2^2 = 0$

2. Ако је $t_{11} + t_{21} > Z_2^1 + t_{12} \Rightarrow Z_2^2 > 0$

$$Z_2^2 = t_{11} + t_{21} - Z_2^1 - t_{12}$$

$$Z_2^2 = \sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} - \sum_{k=1}^1 Z_2^k$$

$$Z_2^1 + Z_2^2 = \sum_{k=1}^2 Z_2^k = \sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2}$$

Како узети у обзир оба случаја?

$$\sum_{k=1}^2 Z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Колико је трајање свих застоја RM_2 ?

$$Z_2^3 = ?$$

1. Ако је $\sum_{i=1}^3 t_{i1} \leq \sum_{i=1}^2 t_{i2} + \sum_{k=1}^2 Z_2^k \Rightarrow Z_2^3 = 0$

2. Ако је $\sum_{i=1}^3 t_{i1} > \sum_{i=1}^2 t_{i2} + \sum_{k=1}^2 Z_2^k \Rightarrow Z_2^3 > 0$

$$Z_2^3 = \sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} - \sum_{k=1}^2 Z_2^k$$

$$\sum_{k=1}^3 Z_2^k = \sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \quad \text{за } Z_2^3 > 0$$

Колико је трајање свих застоја RM_2 ?

Како узети у обзир оба случаја?

$$\sum_{k=1}^3 z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \right); \sum_{k=1}^2 z_2^k \right]$$

$$\sum_{k=1}^3 z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \right); \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$



$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Које је време извршења свих послова?

$$T = \sum_{i=1}^m \overrightarrow{t_{i2}}^{\text{const.}} + Z_2^0$$

Ако се жели $\min T \Rightarrow$ треба Z_2^0 да буде мин.

✚ Кад ће Z_2^0 бити најмање могуће, односно минимално?

Кад највећи члан низа има најмању могућу вредност.

$$Z_2^0 = \sum_{k=1}^m Z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

✚ Кад ће $\left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right), t_{11} \right]$ имати најмању вредност?

Кад ће бити минимални?

$\Rightarrow$

АЛГОРИТАМ

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓
2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$
↓
 $t_{r1} \quad t_{s2}$

3. Упоредити времена
↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$
↓



АЛГОРИТАМ

4. Распоређени посао (распоређене послове) искључити из даљег посматрања и **поновити** поступак

Ако више послова конкурише за једну позицију тада постоји **више оптималних решења.**

Израда детаљног плана ангажовања сваког учесника у заједничком послу



1. Одабрати (ако их има више) оптимално решење.
2. Одредити почетак и крај за сваки посао.
3. Израчунати застоје, чекања извршиоца послова.
4. Превести све (посао, извршилац, почетак, трајање, крај, чекање) на календарски план (година, месец, дан, сат).



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА