



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места

- Код серијске и великосеријске производње

ФУНКЦИЈА ЦИЉА
(КРИТЕРИЈУМ
ОПТИМАЛНОСТИ) } => Минимални укупни пређени
пут предмета рада

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



1. Формирати скуп
врста операција } $\Rightarrow VO_j; j=1,2,\dots,n$
2. VO_j
Редослед
врста
операција за
 $P_i; i=1,2,\dots,m$ } \Rightarrow Општи низ врста
радних места
ON: $RM_1; RM_2;\dots; RM_j;\dots; RM_n;$

МЕТОД?

МОДИФИКОВАНИ МЕТОД УСЛОВНИХ НИЗОВА

$$\begin{array}{l} 3. \quad P_1 : \left. \begin{array}{l} RO_1 \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_1 \\ \\ P_2 : \left. \begin{array}{l} RO_2 \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_2 \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \\ P_i : \left. \begin{array}{l} RO_i \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_i \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \\ P_m : \left. \begin{array}{l} RO_m \\ ON \end{array} \right\} \Rightarrow UN_m \end{array}$$

$UN_i, i = 1, 2, \dots, m$ -
условни низ радних
места

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



ТАБЕЛА ФРЕКВЕНЦИЈА

4.

Фреквенција Радно место	Фреквенција f_{ik}								
	1	2	...	k-1	k	k+1	...	n-1	n
RM_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1k-1}	f_{1k}	f_{1k+1}	...	f_{1n-1}	f_{1n}
RM_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2k-1}	f_{2k}	f_{2k+1}	...	f_{2n-1}	f_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
RM_i	f_{i1}	f_{i2}	...	f_{ik-1}	f_{ik}	f_{ik+1}	...	f_{in-1}	f_{in}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
RM_n	f_{n1}	f_{n2}	...	f_{nk-1}	f_{nk}	f_{nk+1}	...	f_{nn-1}	f_{nn}

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



$$\left. \begin{array}{l} UN_1 \\ UN_2 \\ \vdots \\ UN_i \\ \vdots \\ UN_m \end{array} \right\} \Rightarrow f_{ij}$$

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, n \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

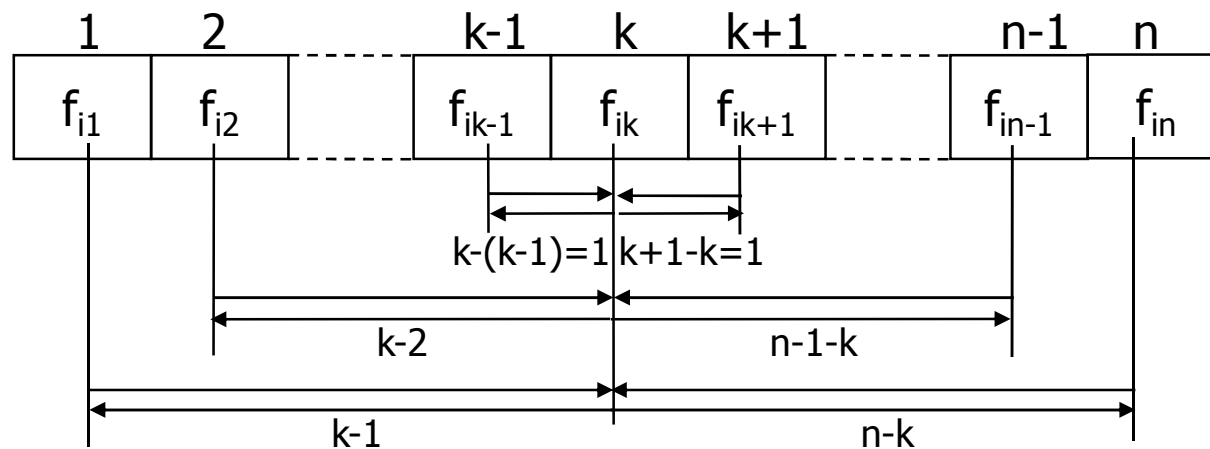
$UN_i, i = 1, 2, \dots, m$ – условни низови

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Како израчунати модификовану фреквенцију?

Шта све утиче на укупни захтев да се PM_i распореди на k -ту позицију?



$$F_{ik} = f_{ik} + f'_{ik} - f''_{ik}$$

$$j = k \Rightarrow f_{ik}$$

$$j = 1, \dots, k-1 \Rightarrow f'_{ik} = 2 \cdot (k-1) \cdot f_{i1} + 2 \cdot (k-2) \cdot f_{i2} + \dots + 2 \cdot (k-(k-1)) \cdot f_{ik-1}$$

$$\Rightarrow f'_{ik} = 2 \sum_{j=1}^{k-1} (k-j) f_{ij}$$

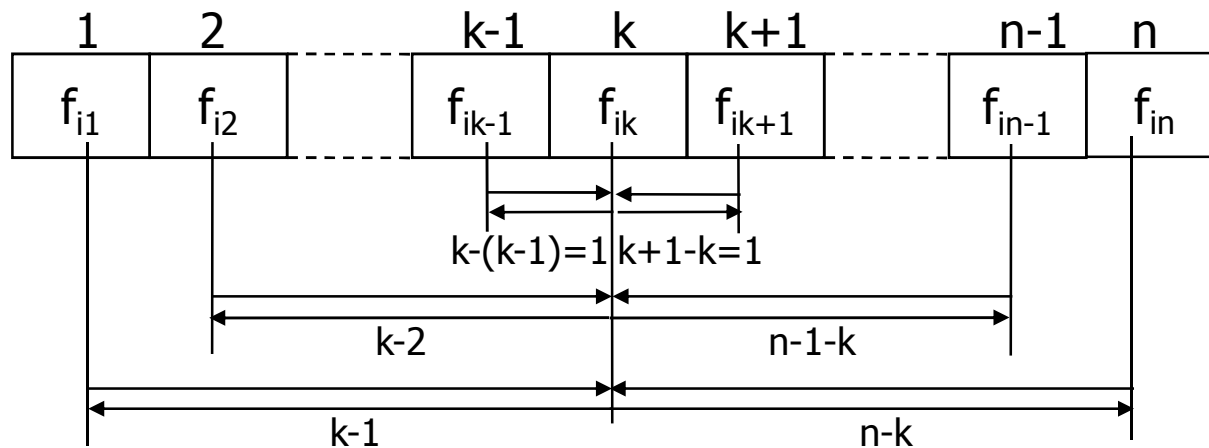
$$j = k+1, \dots, n \Rightarrow f''_{ik} = 2 \cdot (k+1-k) \cdot f_{ik+1} + \dots + 2 \cdot (n-1-k) \cdot f_{in-1} + 2 \cdot (n-k) \cdot f_{in}$$

$$\Rightarrow f''_{ik} = 2 \sum_{j=k+1}^n (j-k) f_{ij}$$

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Како израчунати модификовану фреквенцију?



f_{ik}

$$f'_{ik} = 2 \sum_{j=1}^{k-1} (k-j)f_{ij}$$

$$f''_{ik} = 2 \sum_{j=k+1}^n (j-k)f_{ij}$$

$$F_{ik} = f_{ik} + f'_{ik} - f''_{ik}$$

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^{k-1} (k-j)f_{ij} - 2 \sum_{j=k+1}^n (j-k)f_{ij}$$

$$\Rightarrow F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k-j)f_{ij}$$

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



Како израчунати функцију циља?

- Функција циља - **јединични пут предмета рада: (мин) L_0**
- Одређује се на следећи начин:
 - За утврђени оптимални линијски распоред радних места направити шематски приказ линије са путањама свих врста производа.
 - Израчунати јединичне путање свих врста производа тако што ће дужинска јединица бити растојање између два суседна радна места. То значи да ће величине јединичних путања L_1, L_2, \dots, L_m бити изражене у позитивним, целим и неименованим бројевима.
 - На основу вредности јединичних путања свих врста производа израчунати најмању вредност функције циља:

$$\min L_0 = \sum_{i=1}^m L_i \quad [1]$$

КОМБИНОВАНИ РАСПОРЕД РАДНИХ МЕСТА

- Шта је комбиновани распоред радних места?
- Како се са групним и линијским распоредом решава проблем комбинованог распореда радних места?

Одређивање одговарајућег линијског распореда радних места



ПИТАЊА:

1. Шта је функција циља код линијског распореда радних места?
2. Приказати поступак одређивања одговарајућег линијског распореда радних места.
3. Приказати табелу фреквенција проблема линијског распореда радних места.
4. Показати како се израчунава модификована фреквенција код линијског распореда радних места.
5. Како се израчунава функција циља код линијског распореда радних места?
6. На основу података из табеле фреквенција, за изабрано радно место израчунати модификовану фреквенцију.
7. Шта је комбиновани распоред радних места?
8. Како се са групним и линијским распоредом решава проблем комбинованог распореда радних места?

Организација рада више организационих целина на реализацији више предмета рада



Радна недеља	Тематска целина		Циљ
7	10. Организација рада више организационих целина на реализацији више предмета рада		Оспособљавање за израду детаљног оперативног плана ангажовања неколико учесника у изради више производа, у изградњи више објеката, у пружању више услуга. Одређивање потребних параметара за организовање рада више организационих целина на реализацији више предмета рада
	Тематска јединица	10.1 Примери заједничког рада	Препознавање и разумевање реалних случајева заједничког рада више предузећа, више екипа, ..., на реализацији сложених пројеката
		10.2 Дефинисање функције циља	Оспособљавање за суштинско препознавање функције циља и њен формални запис
		10.3 Проналажење решења	Обука за препознавање метода, проналажење решења и упоредну анализу могућих решења
		10.4 Израда детаљног плана ангажовања сваког учесника у заједничком послу	Оспособљавање за израду детаљног плана ангажовања свих учесника у послу и анализу искоришћености њихових капацитета у току заједничког рада

- Изградња више грађевинских објеката на више локација уз учешће више предузећа
- Изградња инфраструктурних објеката.
- Производња више врста производа на више радних места.
- Пружање више врста услуга на више радних места.

ОРГАНИЗАЦИЈА ИЗВРШЕЊА:

- ВИШЕ ПОСЛОВА,
- ВИШЕ АКТИВНОСТИ,
- ВИШЕ ПРОЈЕКТА,...
- ...

У ОКВИРУ НЕКОЛИКО ОРГАНИЗАЦИОНИХ
ЦЕЛИНА

- ОДРЕЂИВАЊЕ ОПТИМАЛНОГ
РЕДОСЛЕДА -

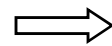
Врсте проблема

1. Одредити такав редослед извршења m послова у оквиру n организационих целина ($m \gg n$) коме ће одговарати минимално укупно време извршења свих послова. Редослед организационих целина при извршењу сваког посла је познат, исти је за све послове и не може се мењати. Исто тако времена трајања послова по организационим целинама позната су и константне су величине.
2. Одредити такав редослед n организационих целина при извршењу m послова ($n \gg m$) коме ће одговарати најмање укупно време трајања свих послова. У овом случају познат је редослед послова и не може се мењати. Исто тако времена трајања послова по организационим целинама позната су и константне су величине.

Структура проблема одређивања оптималног распореда извршења m послова у оквиру n организационих целина

ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ

- радна места
- групе радних места
- одељења или службе
- радионице
- погони, фабрике
- предузећа, установе



ПРЕДМЕТ РАДА

- послови, активности, операције,
- израда делова, производа,...
- изградња објеката
- обрада земљишта
- изградња путева и друге инфраструктуре...

ШТА ЈЕ ЦИЉ?

ОРГАНИЗОВАТИ РАД ТАКО ДА СЕ СВЕ
ЗАВРШИ ЗА НАЈКРАЋЕ ВРЕМЕ

$\min T$

Како се одређује T ?

T - време између тренутка почетка првог посла на првом радном месту и тренутка завршетка последњег посла на последњем радном месту.

Како то изгледа код два радна места и m послова?

$T =$ време рада последњег радног места + сви застоји (чекања) последњег радног места.

Од чега се полази?

- Предмета рада P_i , $i=1,\dots,m$
- Технологије рада (редоследа организационих целина OC_j , $j=1,\dots,n$)
($m>n$)
- Времена трајања послова $t_{ij}=\text{const.}$

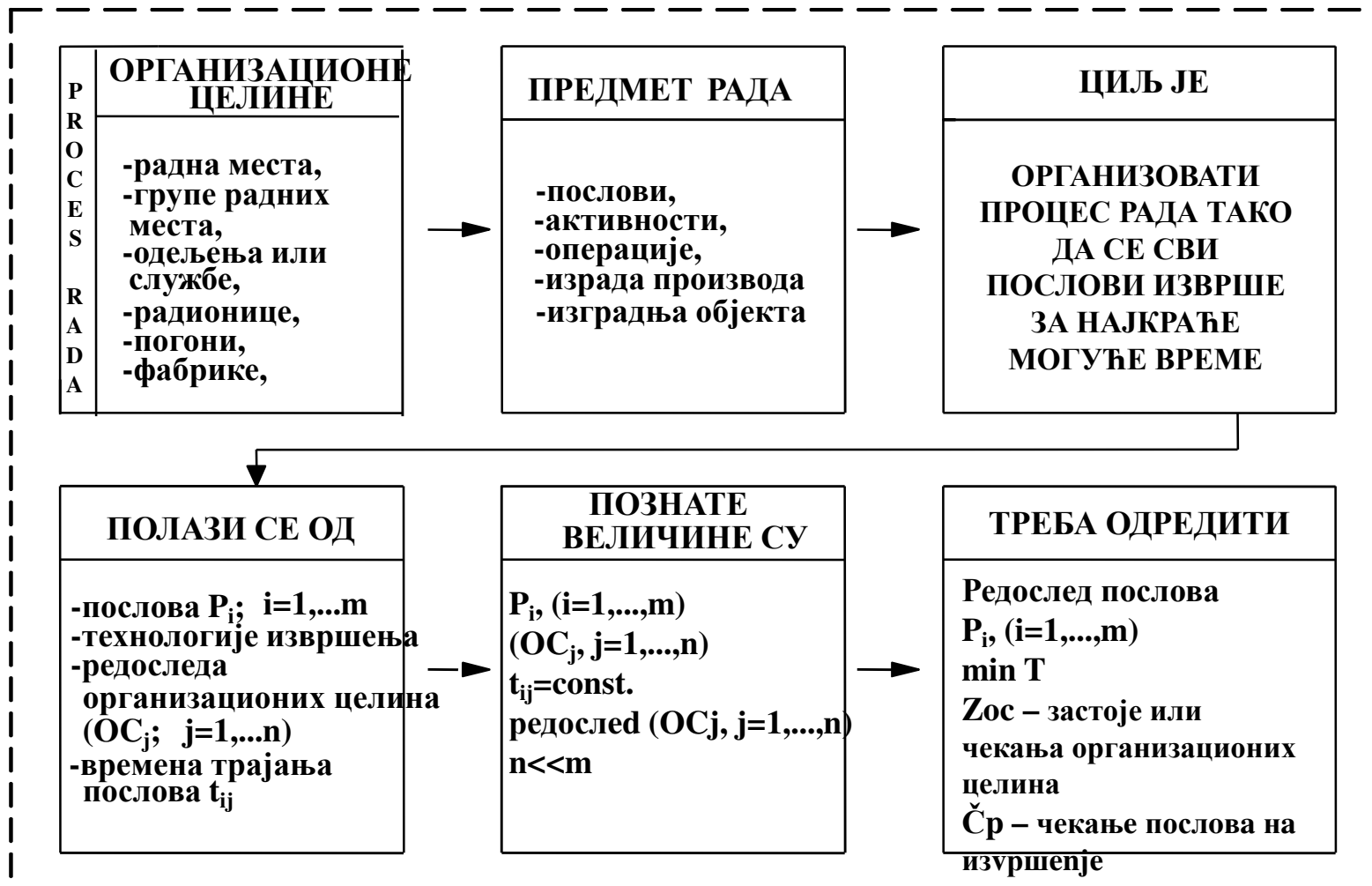
Шта треба одредити?

- Редослед предмета рада P_i (оптимални)
или
- Редослед организационих целина OC_j ; ($j = 1, \dots, n$) (оптимални)
- $\min T$
- Застоје или чекања предмета рада
- Чекања или застоје организационих целина

Проналажење решења



Структура проблема одређивања оптималног редоследа извршења m послова у оквиру n организационих целина



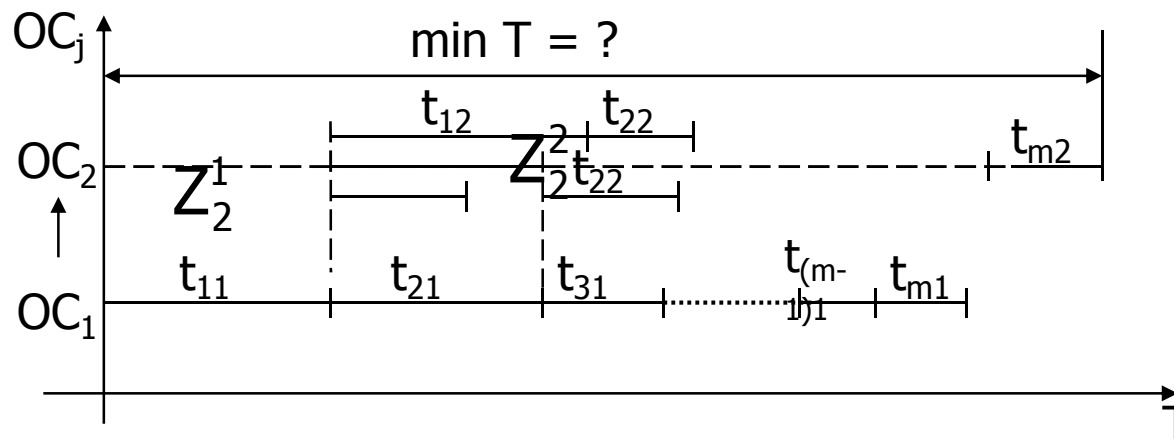
Проналажење решења



Проблем са 2 организационе целине и
 m послова (предмета рада)

Орг. целине Послови	ОС ₁	→	ОС ₂
P_1	t_{11}		t_{12}
P_2	t_{21}		t_{22}
\vdots			
P_i	t_{i1}		t_{i2}
\vdots			
P_m	t_{m1}		t_{m2}
Укупно	$\sum_{i=1}^m t_{i1}$		$\sum_{i=1}^m t_{i2}$

Како то изгледа графички?



$$Z_2^1 = t_{11}$$

$$Z_2^2 = ?$$

1. Ако је $t_{11} + t_{21} \leq Z_2^1 + t_{12} \Rightarrow Z_2^2 = 0$

2. Ако је $t_{11} + t_{21} > Z_2^1 + t_{12} \Rightarrow Z_2^2 > 0$

$$Z_2^2 = t_{11} + t_{21} - Z_2^1 - t_{12}$$

$$Z_2^2 = \sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} - \sum_{k=1}^1 Z_2^k$$

$$Z_2^1 + Z_2^2 = \sum_{k=1}^2 Z_2^k = \sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2}$$

Како узети у обзир оба случаја?

$$\sum_{k=1}^2 Z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Колико је трајање свих застоја RM_2 ?

$$Z_2^3 = ?$$

1. Ако је $\sum_{i=1}^3 t_{i1} \leq \sum_{i=1}^2 t_{i2} + \sum_{k=1}^2 Z_2^k \Rightarrow Z_2^3 = 0$

2. Ако је $\sum_{i=1}^3 t_{i1} > \sum_{i=1}^2 t_{i2} + \sum_{k=1}^2 Z_2^k \Rightarrow Z_2^3 > 0$

$$Z_2^3 = \sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} - \sum_{k=1}^2 Z_2^k$$

$$\sum_{k=1}^3 Z_2^k = \sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \quad \text{за } Z_2^3 > 0$$

Колико је трајање свих застоја RM_2 ?

Како узети у обзир оба случаја?

$$\sum_{k=1}^3 z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \right); \sum_{k=1}^2 z_2^k \right]$$

$$\sum_{k=1}^3 z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \right); \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$



$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Које је време извршења свих послова?

$$T = \sum_{i=1}^m t_{i2} + Z_2^0$$

Ако се жели $\min T \Rightarrow$ треба Z_2^0 да буде мин.

✚ Кад ће Z_2^0 бити најмање могуће, односно минимално?

Кад највећи члан низа има најмању могућу вредност.

$$Z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

✚ Кад ће $\left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right), t_{11} \right]$ имати најмању вредност?

Кад ће бити минимални?

\Rightarrow

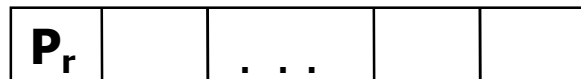
АЛГОРИТАМ

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

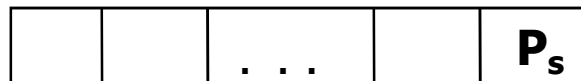
↓
2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓
3. Упоредити времена

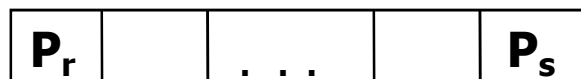
a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{array} \right.$



АЛГОРИТАМ

4. Распоређени посао (распоређене послове) искључити из даљег посматрања и **ПОНОВИТИ** поступак

Ако више послова конкурише за једну позицију тада постоји **више оптималних решења.**

ПРИМЕР?

Израда детаљног плана ангажовања сваког учесника у заједничком послу



1. Одабрати (ако их има више) оптимално решење.
2. Одредити почетак и крај за сваки посао.
3. Израчунати застоје, чекања извршиоца послова.
4. Превести све (посао, извршилац, почетак, трајање, крај, чекање) на календарски план (година, месец, дан, сат).

ПИТАЊА:

1. Врсте проблема оптималног редоследа.
2. Шта је циљ код проблема оптималног редоследа?
3. Како се одређује функција циља?
4. Од чега се полази код одређивања оптималног редоследа?
5. Шта треба одредити код проблема оптималног редоследа?
6. Структура проблема одређивања оптималног редоследа извршења m послова у оквиру n организационих целина.
7. Табелом и графиком представити проблем са две организационе целине и m послова.
8. Графички и аналитички показати када постоји други застој друге организационе целине и израчунати га.
9. Графички и аналитички показати када постоји трећи застој друге организационе целине и израчунати га.
10. Извести и приказати све чланове низа застоја друге организационе целине.
11. Приказати алгоритам за проналажење решења оптималног редоследа.
12. Како се прави детаљан план ангажовања сваког учесника у заједничком послу?



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА