



ОРГАНИЗАЦИЈА РАДА ВИШЕ ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА НА РЕАЛИЗАЦИЈИ ВИШЕ ПРЕДМЕТА РАДА

**ПРОИЗВОДНИ
СИСТЕМИ**



ПРИМЕРИ ЗАЈЕДНИЧКОГ РАДА

- Изградња више грађевинских објеката на више локација уз учешће више предузећа
- Изградња инфраструктурних објеката.
- Производња више врста производа на више радних места.
- Пружање више врста услуга на више радних места.



ОРГАНИЗАЦИЈА РАДА ВИШЕ ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА НА РЕАЛИЗАЦИЈИ ВИШЕ ПРЕДМЕТА РАДА

ОРГАНИЗАЦИЈА ИЗВРШЕЊА:

- ВИШЕ ПОСЛОВА,
- ВИШЕ АКТИВНОСТИ,
- ВИШЕ ПРОЈЕКТА,...
- ...

У ОКВИРУ НЕКОЛИКО ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА

- ОДРЕЂИВАЊЕ ОПТИМАЛНОГ РЕДОСЛЕДА -

ВРСТЕ ПРОБЛЕМА

1. Одредити такав редослед извршења **t послова** у оквири **n организационих целина** ($t \gg n$) коме ће одговарати минимално укупно време извршења свих послова. Редослед организационих целина при извршењу сваког посла је познат, исти је за све послове и не може се мењати. Исто тако времена трајања послова по организационим целинама позната су и константне су величине.
2. Одредити такав редослед **n организационих целина** при извршењу **t послова** ($n \gg t$) коме ће одговарати најмање укупно време трајања свих послова. У овом случају познат је редослед послова и не може се мењати. Исто тако времена трајања послова по организационим целинама позната су и константне су величине.



СТРУКТУРА ПРОБЛЕМА ОДРЕЂИВАЊА ОПТИМАЛНОГ РЕДОСЛЕДА ИЗВРШЕЊА m ПОСЛОВА У ОКВИРУ n ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА

ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ

- радна места
- групе радних места
- одељења или службе
- радионице
- погони, фабрике
- предузећа, установе



ПОСЛОВИ

- процеси, активности, операције,
- израда делова, производа,...
- изградња објеката
- обрада земљишта
- изградња путева и друге инфраструктуре...

ШТА ЈЕ ЦИЉ?

ОРГАНИЗОВАТИ РАД ТАКО ДА СЕ СВЕ ЗАВРШИ ЗА НАЈКРАЋЕ ВРЕМЕ

ШТА ЈЕ ФУНКЦИЈА ЦИЉА?

min T



СТРУКТУРА ПРОБЛЕМА ОДРЕЂИВАЊА ОПТИМАЛНОГ РЕДОСЛЕДА ИЗВРШЕЊА m ПОСЛОВА У ОКВИРУ n ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА

Дефинисање функције циља

T - време између тренутка почетка првог посла на првом радном месту и тренутка завршетка последњег посла на последњем радном месту.

Како то изгледа код два радна места и m послова?

T = време рада последњег радног места +
сви застоји (чекања) последњег радног места



СТРУКТУРА ПРОБЛЕМА ОДРЕЂИВАЊА ОПТИМАЛНОГ РЕДОСЛЕДА ИЗВРШЕЊА m ПОСЛОВА У ОКВИРУ n ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА

Од чега се полази?

- Предмета рада P_i , $i=1,\dots,m$
- Технологије рада (редоследа организационих целина OC_j , $j=1,\dots,n$)
($m>n$)
- Времена трајања послова $t_{ij}=\text{const.}$

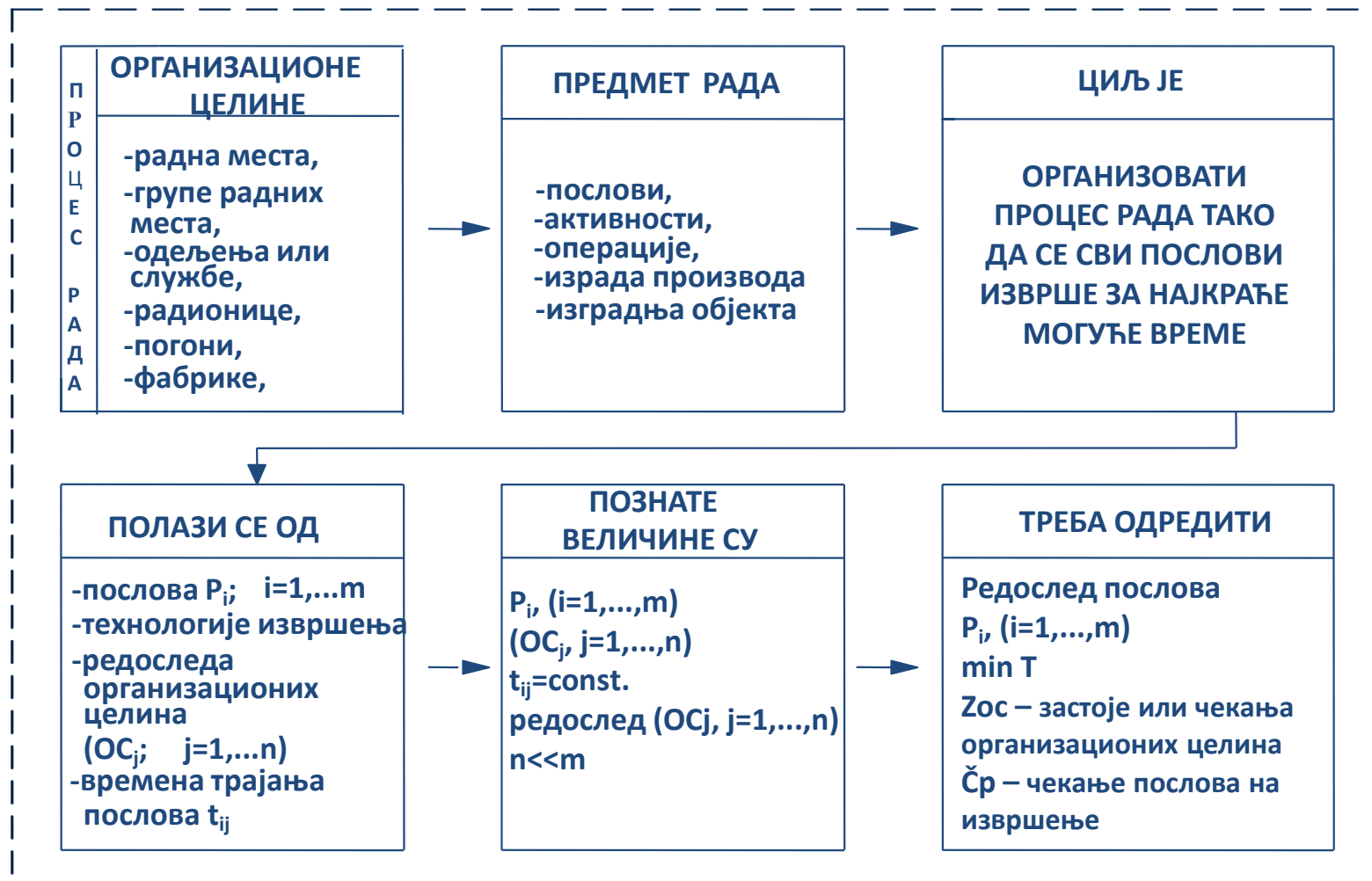


СТРУКТУРА ПРОБЛЕМА ОДРЕЂИВАЊА ОПТИМАЛНОГ РЕДОСЛЕДА ИЗВРШЕЊА m ПОСЛОВА У ОКВИРУ n ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА

Шта треба одредити?

- Редослед предмета рада P_i (оптимални)
или
- Редослед организационих целина O_{sj} (оптимални)
- $\min T$
- Застоје или чекања предмета рада
- Чекања или застоје организационих целина

СТРУКТУРА ПРОБЛЕМА ОДРЕЂИВАЊА ОПТИМАЛНОГ РЕДОСЛЕДА ИЗВРШЕЊА m ПОСЛОВА У ОКВИРУ n ОРГАНИЗАЦИОНИХ ЦЕЛИНА

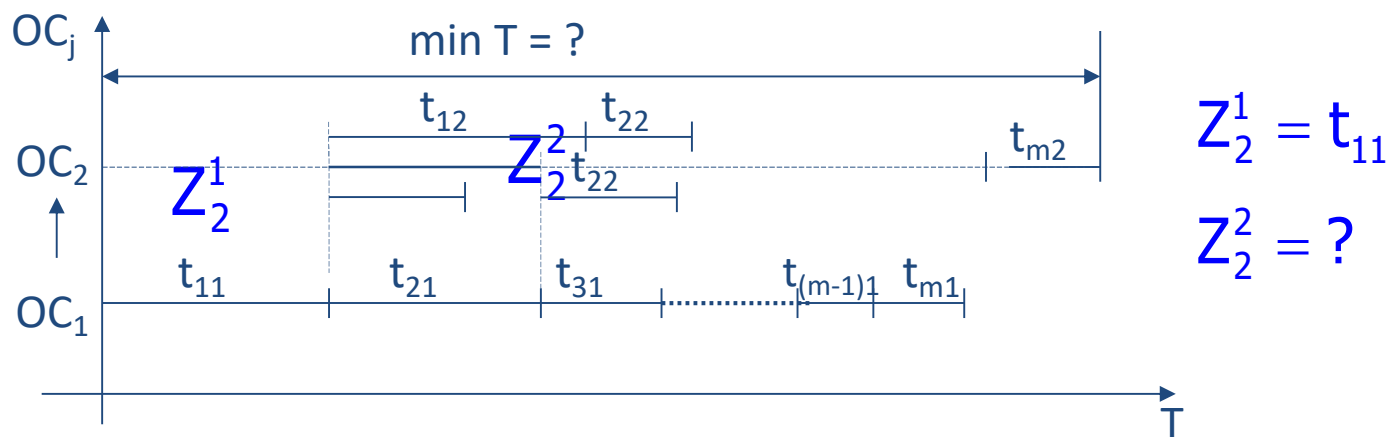


ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

Орг. целине Послови	ОС ₁	→	ОС ₂
	P_1	t_{11}	
P_2	t_{21}		t_{22}
⋮			
P_i	t_{i1}		t_{i2}
⋮			
P_m	t_{m1}		t_{m2}
Укупно	$\sum_{i=1}^m t_{i1}$		$\sum_{i=1}^m t_{i2}$

ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

Како то изгледа графички?



1. Ako je $t_{11} + t_{21} \leq Z_2^1 + t_{12} \Rightarrow Z_2^2 = 0$

2. Ako je $t_{11} + t_{21} > Z_2^1 + t_{12} \Rightarrow Z_2^2 > 0$

$$Z_2^2 = t_{11} + t_{21} - Z_2^1 - t_{12}$$

$$Z_2^2 = \sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} - \sum_{k=1}^1 Z_2^k$$

$$Z_2^1 + Z_2^2 = \sum_{k=1}^2 Z_2^k = \sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2}$$

Како узети у обзир оба случаја?

$$\sum_{k=1}^2 Z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

Колико је трајање свих застоја RM_2 ?

$$Z_2^3 = ?$$

1. Ако је $\sum_{i=1}^3 t_{i1} \leq \sum_{i=1}^2 t_{i2} + \sum_{k=1}^2 Z_2^k \Rightarrow Z_2^3 = 0$

2. Ако је $\sum_{i=1}^3 t_{i1} > \sum_{i=1}^2 t_{i2} + \sum_{k=1}^2 Z_2^k \Rightarrow Z_2^3 > 0$

$$Z_2^3 = \sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} - \sum_{k=1}^2 Z_2^k$$

$$\sum_{k=1}^3 Z_2^k = \sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \quad \text{за } Z_2^3 > 0$$

ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

Колико је трајање свих застоја RM_2 ?

Како узети у обзир оба случаја?

$$\sum_{k=1}^3 z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \right); \sum_{k=1}^2 z_2^k \right]$$

$$\sum_{k=1}^3 z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i2} \right); \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$



$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

Које је време извршења свих послова?

$$T = \sum_{i=1}^m t_{i2} + Z_2^0$$

const.

Ако се жели $\min T \Rightarrow$ треба Z_2^0 да буде мин.

✚ Кад ће Z_2^0 бити најмање могуће, односно минимално?

Кад највећи члан низа има најмању могућу вредност.

$$Z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

✚ Кад ће $\left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right), t_{11} \right]$ имати најмању вредност?

$$1. t_{11} = \min t_{i1}$$

Кад ће бити минимални?

\Rightarrow

$$2. t_{m2} = \min t_{i2}$$

ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{array} \right.$

↓





ПРОБЛЕМ СА 2 ОРГАНИЗАЦИОНЕ ЦЕЛИНЕ И m ПОСЛОВА (ПРЕДМЕТА РАДА)

АЛГОРИТАМ:

4. Распоређени посао (распоређене послове) искључити из даљег посматрања и **поновити** поступак

Ако више послова конкурише за једну позицију тада постоји **више оптималних решења**.



ИЗРАДА ДЕТАЉНОГ ПЛАНА АНГАЖОВАЊА СВАКОГ УЧЕСНИКА У ЗАЈЕДНИЧКОМ ПОСЛУ

1. Одабрати (ако их има више) оптимално решење.
2. Одредити почетак и крај за сваки посао.
3. Израчунати застоје (чекања) извршиоца послова.
4. Превести све (посао, извршилац, почетак, трајање, крај, чекање) на календарски план (година, месец, дан, сат).

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

- Пронаћи оптимални редослед послова Π_1, Π_2, Π_3 и Π_4 који се извршавају на радним местима PM_1 и PM_2 и то тако да се сваки посао почиње извршавати на PM_1 , а завршава на PM_2 .
- Потребна времена за извршавање послова по радним местима су дата у табели:

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM_1	PM_2
Π_1	5	6
Π_2	6	2
Π_3	7	5
Π_4	3	7

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

- Пронаћи оптимални редослед послова Π_1, Π_2, Π_3 и Π_4 који се извршавају на радним местима PM_1 и PM_2 и то тако да се сваки посао почиње извршавати на PM_1 , а завршава на PM_2 .
- Потребна времена за извршавање послова по радним местима су дата у табели:

АЛГОРИТАМ:

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM_1	PM_2
Π_1	5	6
Π_2	6	2
Π_3	7	5
Π_4	3	7

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

- Посао у првом погону, односно РМ1 је посао **Pr**
- Посао у другом погону, односно РМ2 је **Ps**

АЛГОРИТАМ:

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{array} \right.$$



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	P _s
	t _{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	6	2
P ₃	7	5
P ₄	3	7



АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **P_r** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **P_s** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{P}_r \text{ на прву позицију} \\ \text{P}_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	P _s
	t _{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	6	2
P ₃	7	5
P ₄	3	7



Pr

P_s

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **P_s** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



Pr Ps
mint_{i1}

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ Pr претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ Ps треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\min_{i1} t_{i1} = t_{41} = 3$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\text{Pr} \qquad \qquad \qquad \text{Ps}$$

$$\text{mint}_{i1} = t_{41} = 3 \qquad \qquad \text{mint}_{i2}$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr} \text{ на прву позицију} \\ \text{Ps} \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	P _s
	t _{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



Pr
 $\min t_{i1} = t_{41} = 3$

P_s
 $\min t_{i2} = t_{22} = 2$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **P_s** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\text{Pr} \qquad \qquad \qquad \text{Ps}$$

$$\text{mint}_{i1} = t_{41} = 3 \qquad > \qquad \text{mint}_{i2} = t_{22} = 2$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr} \text{ на прву позицију} \\ \text{Ps} \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



Pr Ps

$$\min t_{i1} = t_{41} = 3 > \min t_{i2} = t_{22} = 2$$

$$t_{41} > t_{22} \Rightarrow \text{Посао П2 иде на последњу позицију}$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\min_{i1} t_{i1} = t_{41} = 3$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\min_{i_1} t_{i_1} = t_{41} = 3 \qquad \min_{i_2} t_{i_2}$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	P _s
	t _{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\begin{array}{ccc} \text{Pr} & & \text{Ps} \\ \min t_{i1} = t_{41} = 3 & < & \min t_{i2} = t_{32} = 5 \end{array}$$

$t_{41} < t_{32} \Rightarrow$ Посао П4 иде на прву слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr} \text{ на прву позицију} \\ \text{Ps} \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\begin{array}{ccc} \text{Pr} & & \text{Ps} \\ \min t_{i1} = t_{41} = 3 & < & \min t_{i2} = t_{32} = 5 \end{array}$$

$t_{41} < t_{32} \Rightarrow$ Посао П₄ иде на прву слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr} \text{ на прву позицију} \\ \text{Ps} \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	6	2
P ₃	7	5
P ₄	3	7



$$\min_i t_{i1} = t_{41} = 3 < \min_i t_{i2} = t_{32} = 5$$

$t_{41} < t_{32} \Rightarrow$ Посао P₄ иде на прву слободну позицију

Посао P₄ искључујемо из даљег посматрања

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ P_r претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ P_s треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$

$$\begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	6	2
P ₃	7	5
P ₄	3	7



Pr Ps
mint_{i1}

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



Pr
 $\min t_{i1} = t_{11} = 5$

Ps
 $\min t_{i2} = t_{32} = 5$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	P _s
	t _{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\begin{array}{ccc} \text{Pr} & & \text{Ps} \\ \text{mint}_{i1} = t_{11} = 5 & = & \text{mint}_{i2} = t_{32} = 5 \end{array}$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr} \text{ на прву позицију} \\ \text{Ps} \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



$$\begin{array}{ccc} \text{Pr} & & \text{Ps} \\ \min t_{i1} = t_{11} = 5 & = & \min t_{i2} = t_{32} = 5 \end{array}$$

$$t_{11} = t_{32} \Rightarrow$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr} \text{ на прву позицију} \\ \text{Ps} \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	6	2
P ₃	7	5
P ₄	3	7



$$\min_i t_{i1} = t_{11} = 5 = \min_i t_{i2} = t_{32} = 5$$

$t_{11} = t_{32} \Rightarrow$ Посао P₁ иде на прву слободну позицију, А посао P₃ на последњу слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ P_r претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ P_s треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

$$\min_i t_{i1} = t_{11} = 5 \quad = \quad \min_i t_{i2} = t_{32} = 5$$

$t_{11} = t_{32} \Rightarrow$ Посао П1 иде на прву слободну позицију, А посао П3 на последњу слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

$$\min_i t_{i1} = t_{11} = 5 \quad = \quad \min_i t_{i2} = t_{32} = 5$$

$t_{11} = t_{32} \Rightarrow$ Посао П1 иде на прву слободну позицију,
А посао П3 на последњу слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима

Pr		...		
----	--	-----	--	--

b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију

		...		Ps
--	--	-----	--	----

c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓

Pr		...		Ps
----	--	-----	--	----

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Пример 2 оптимална решења

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	2	2
P ₃	7	5
P₄	3	7



$$\min_{i_1} t_{i_1} = t_{21} = 2 = \min_{i_2} t_{i_2} = t_{22} = 2$$

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Пример 2 оптимална решења

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	2	2
P ₃	7	5
P₄	3	7



$$\min_{i_1} t_{i_1} = t_{21} = 2 = \min_{i_2} t_{i_2} = t_{22} = 2$$

Прво решење: Посао P₂ иде на прву слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Пример 2 оптимална решења

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	2	2
P ₃	7	5
P ₄	3	7

P4	P2		
----	----	--	--

$$\min_{i_1} t_{i_1} = t_{21} = 2 = \min_{i_2} t_{i_2} = t_{22} = 2$$

Прво решење: Посао P2 иде на прву слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима

P _r		...		
----------------	--	-----	--	--

b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију

		...		P _s
--	--	-----	--	----------------

c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓

P _r		...		P _s
----------------	--	-----	--	----------------

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Пример 2 оптимална решења

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	2	2
P ₃	7	5
P₄	3	7

P4	P2		
----	----	--	--

$$\min_{i1} t_{i1} = t_{21} = 2 = \min_{i2} t_{i2} = t_{22} = 2$$

Прво решење: Посао P2 иде на прву слободну позицију
Друго решење: Посао P2 иде на последњу слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима

P _r		...		
----------------	--	-----	--	--

b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију

		...		P _s
--	--	-----	--	----------------

c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓

P _r		...		P _s
----------------	--	-----	--	----------------

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Пример 2 оптимална решења

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
P ₁	5	6
P ₂	2	2
P ₃	7	5
P₄	3	7

P4	P2		
P4			P2

$$\min_{i_1} t_{i_1} = t_{21} = 2 \quad = \quad \min_{i_2} t_{i_2} = t_{22} = 2$$

Прво решење: Посао P2 иде на прву слободну позицију
Друго решење: Посао P2 иде на последњу слободну позицију

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow$ **Pr** претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow$ **Ps** треба распоредити на **последњу** позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{Pr на прву позицију} \\ \text{Ps на последњу позицију} \end{cases}$$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



Одредити застоје и најкраће време завршетка послова?

АЛГОРИТАМ:

1. $\min_i t_{i1} = t_{r1}; \quad i = 1, m$

↓

2. $\min_i t_{i2} = t_{s2}; \quad i = 1, m$

↓

3. Упоредити времена t_{r1} и t_{s2}

↓

a) Ако је $t_{r1} < t_{s2} \Rightarrow P_r$ претходи свим осталим пословима



b) Ако је $t_{s2} < t_{r1} \Rightarrow P_s$ треба распоредити на последњу позицију



c) Ако је $t_{r1} = t_{s2} \Rightarrow \begin{cases} P_r \text{ на прву позицију} \\ P_s \text{ на последњу позицију} \end{cases}$

↓



Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	Pr	Ps
	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7



Одредити застоје и најкраће време завршетка послова?

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₁	5	6
П ₂	6	2
П ₃	7	5
П ₄	3	7

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Одредити застоје и најкраће време завршетка послова?

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

Испуњено да је $\min t_{i1}$ на првом месту на PM1 и $\min t_{i2}$ на последњем месту на PM2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^4 t_{i1} - \sum_{i=1}^3 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^4 t_{i1} - \sum_{i=1}^3 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^4 t_{i1} - \sum_{i=1}^3 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^4 t_{i1} - \sum_{i=1}^3 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^4 t_{i1} - \sum_{i=1}^3 t_{i1} = (3+5+7+6) - (7+6+5) = 3$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

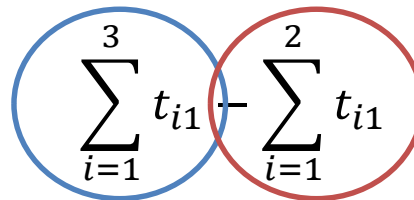
Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$



$$\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^3 t_{i1} - \sum_{i=1}^2 t_{i1} = (3+5+7) - (7+6) = 2$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i1}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$\left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right) = (3+5) - 7 = 1$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^0 = \max[3; 2; 1; 3] = 3 \text{ [čas]}$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

п4	п1	п3	п2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^0 = \max[3; 2; 1; 3] = 3 \text{ [čas]}$$

$$z_2^4 \quad z_2^3 \quad z_2^2 \quad z_2^1$$

Пример утврђивања оптималног редоследа послова у 2 организационе целине

П4	П1	П3	П2
----	----	----	----

Посао	t_{ij} [čas]	
	PM ₁	PM ₂
П ₄	3	7
П ₁	5	6
П ₃	7	5
П ₂	6	2

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\sum_{j=1}^2 t_{i2} = 7+6+5+2 = 20$$

$$z_2^0 = ?$$

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^0 = \max[3; 2; 1; 3] = 3 \text{ [čas]}$$

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0 = 20 + 3 = 23 \text{ [čas]}$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^4 =$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^4 =$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^4 = (2 + 5 + 6 + 8) - (7 + 1 + 4) = 9$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^3 = (2 + 5 + 6) - (7 + 1) = 5$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^2 = (2 + 5) - (7) = 0$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^2 = (2 + 5) - (7) = 0$$

Може се добити и негативан резултат, у том случају застој не постоји

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^1 = 2$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^0 = \max[9; 5; 0; 2] = 9$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^0 = \max[9; 5; 0; 2] = 9 \quad \min T = \sum_{j=1}^2 t_{j2} + z_2^0$$

Пример задатка за колоквијум

	П4	П1	П3	П2
PM1	2	5	6	8
PM2	7	1	4	3

Одредити $\min T$

Одредити z_2^0

Или било који застој

$$z_2^0 = \sum_{k=1}^m z_2^k = \max \left[\left(\sum_{i=1}^m t_{i1} - \sum_{i=1}^{m-1} t_{i2} \right); \dots; \left(\sum_{i=1}^2 t_{i1} - \sum_{i=1}^1 t_{i2} \right); t_{11} \right]$$

$$z_2^0 = \max[9; 5; 0; 2] = 9 \quad \min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0$$

$$\min T = \sum_{j=1}^2 t_{i2} + z_2^0 = 7+1+4+3 + 9 = 15 + 9 = 24$$

НАПОМЕНЕ

- **РАСПОРЕД И РЕДОСЛЕД – НИСУ ИСТО**
- Распоред : групни и линијски
- Групни распоред – 3 критеријума
 - Најкраћи пређени **пут** предмета рада
 - Минимална укрштања путања предмета рада
 - Минимални број повратних путања предмета рада
- Линијски распоред – најкраћи укупни пређени **пут** предмета рада
- **Оптимални редослед – најкраће ВРЕМЕ завршетка послова**

