



ODREĐIVANJE OPTIMALNOG LINIJSKOG I KOMBINOVANOG RASPOREDA RADNIH MESTA

METOD USLOVNIH NIZOVA

Određivanje optimalnog linijskog i kombinovanog rasporeda RM

- Za razliku od grupnog rasporeda ovde se traži pretežni redosled operacija
- Ovakav raspored je tehnički i organizaciono racionalniji kod srednjeserijske i velikoserijske proizvodnje
- Za ove tipove proizvodnje je važno odrediti optimalan položaj radnog mesta u liniji

Osnovni zadatak pri projektovanju linijskih procesa proizvodnje?

- Odrediti takav položaj radnih mesta koji će zahtevati najkraće putanje predmeta rada
 - Pojedinačne putanje predmeta rada ne moraju biti najkraće

Optimalni linijski raspored radnih mesta je onaj kome odgovara najmanji ukupni put predmeta rada

Zadatak 1.15 str. 74

Služba tehničke pripreme utvrdila je sledeći redosled radnih mesta za izradu proizvoda P1, P2, P3, P4 i P5:

P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5

P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

Potrebno je:

- sastaviti tabelu frekvencija radnih mesta u uslovnom nizu;
- na osnovu tabele frekvencija odrediti liniju rasporeda radnih mesta;
- šematski prikazati utvrđenu liniju rasporeda radnih mesta sa putanjama proizvoda u procesu proizvodnje;
- izračunati najmanju vrednost funkcije cilja.

- **Modifikovana frekvencija** – jačina zahteva da se neko radno mesto nađe na određenoj poziciji u optimalnom nizu.

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

i – prati radna mesta, tj. kolone u tabeli

j – prati vrste, tj. pozicije u opštim nizovima

k – označava pozicije na koje se raspoređuju radna mesta

Zadatak 1.15 str. 74

Služba tehničke pripreme utvrdila je sledeći redosled radnih mesta za izradu proizvoda P1, P2, P3, P4 i P5:

P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5

P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

Potrebno je:

- a) sastaviti tabelu frekvencija radnih mesta u uslovnom nizu;
- b) na osnovu tabele frekvencija odrediti liniju rasporeda radnih mesta;
- c) šematski prikazati utvrđenu liniju rasporeda radnih mesta sa putanjama proizvoda u procesu proizvodnje;
- d) izračunati najmanju vrednost funkcije cilja.

Funkcija cilja – **najkraći put predmeta rada**

a) sastaviti tabelu frekvencija radnih mesta u uslovnom nizu

Pozicije: 1 2 3 4 5 6 7

P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5

P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

Frekvencija f_{ij} predstavlja broj javljanja i -tog radnog mesta na j -toj poziciji opšeg niza.

Frekvencija f_{ij} ima indekse:

i – indeks i -tog radnog mesta (**RM _{i}**)

j – j -ta pozicija u nizu

Koliko imamo pozicija?

Ima ih 7.

1

2

3

4

5

6

7

P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5

P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

Tabela frekvencija:

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2						
RM ₂	3						
RM ₃	0						
RM ₄	0						
RM ₅	0						
RM ₆	0						
RM ₇	0						

Koliko puta se RM1 javlja na 1. poziciji?

Koliko puta se RM2 javlja na 1. poziciji?

Koliko puta se RM3 javlja na 1. poziciji?

1 2 3 4 5 6 7
P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7
P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5
P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7
P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7
P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

Tabela frekvencija:

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2					
RM ₂	3	1					
RM ₃	0	1					
RM ₄	0	1					
RM ₅	0	0					
RM ₆	0	0					
RM ₇	0	0					

Koliko puta se RM1 javlja na 2. poziciji? f_{12}

Koliko puta se RM2 javlja na 2. poziciji? f_{22}

Koliko puta se RM3 javlja na 2. poziciji? f_{32}

1

2

3

4

5

6

7

P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5

P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

Tabela frekvencija:

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

b) na osnovu tabele frekvencija odrediti liniju rasporeda radnih mesta

- **Modifikovana frekvencija** – jačina zahteva da se neko radno mesto nađe na određenoj poziciji u optimalnom nizu.

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$



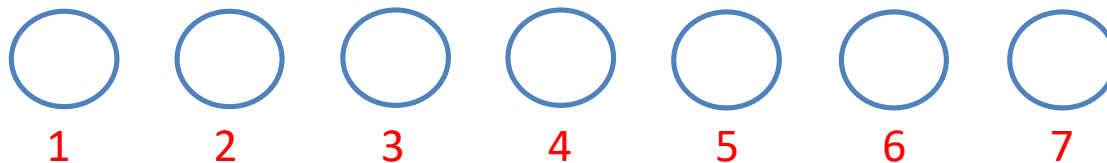
i – prati radna mesta

k – označava pozicije na koje se raspoređuju radna mesta

Koliko imamo RM toliko imamo i pozicija.

i = 1,..7

k = 1,..7



RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za prvu poziciju $k=1$.

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k-j) f_{ij}$$

Koje RM ćemo rasporediti na prvu poziciju?

$i = 1, 2, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM

$$\boxed{\begin{matrix} [k=1] \\ i=1,7 \end{matrix}} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Crtica znači da obuhvatamo sve brojeve između 1 i 7

$$[i=1] \quad F_{11} = 2 +$$

F_{11} – jačina zahteva da se RM₁ nađe na 1. poziciji

2 – za dva proizvoda bi bilo dobro da se RM₁ nađe na 1. poziciji

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za prvu poziciju $k=1$.
Koje RM ćemo rasporediti na prvu poziciju?

$$\begin{matrix} [k=1] \\ i=1,7 \end{matrix} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Crtica znači da obuhvatamo sve brojeve između 1 i 7

$i = 1, 2, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM

$$[i=1] \quad F_{11} = 2 + 2 * [(1-1)]$$

(1-1) – put koji treba da pređe predmet rada (kada je $j=k$ predmet rada ne prelazi nikakav put)

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za prvu poziciju $k=1$.

Koje RM ćemo rasporediti na prvu poziciju?

$$\boxed{[k=1]} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1 - j) f_{ij}$$

$i=1,7$

Crtica znači da obuhvatamo sve brojeve između 1 i 7

$i = 1,2,...,7$ - imamo raspoloživa sva RM

$$[i=1] \quad F_{11} = 2 + 2 * [(1-1) * 2]$$

(1-1) – put koji treba da pređe predmet rada (kada je $j=k$ predmet rada ne prelazi nikakav put)

(1-1)*2 – postoji 2 proizvoda zbog kojih će predmet rada prelaziti dužinu

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za prvu poziciju $k=1$.

Koje RM ćemo rasporediti na prvu poziciju?

$$\boxed{\begin{matrix} [k=1] \\ i=1,7 \end{matrix}} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1 - j) f_{ij}$$

Crtica znači da obuhvatamo sve brojeve između 1 i 7

$i = 1, 2, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM

$$[i=1] \quad F_{11} = 2 + 2 * [(1-1) * 2 + (1-2) * 2]$$

(1-2) – put koji treba da pređe predmet rada, rezultat je -1, što umanjuje jačinu zahteva da RM1 bude na 1. poziciji

(1-2)*2 – postoji 2 proizvoda zbog kojih će predmet rada prelaziti jednu dužinu

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za prvu poziciju $k=1$.

Koje RM ćemo rasporediti na prvu poziciju?

$$\begin{matrix} [k=1] \\ i=1,7 \end{matrix} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1 - j) f_{ij}$$

Crtica znači da obuhvatamo sve brojeve između 1 i 7

$i = 1, 2, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM

$$[i=1] \quad F_{11} = 2 + 2 * [(1-1) * 2 + (1-2) * 2 + (1-3) * 0]$$

(1-3) – put koji treba da pređe predmet rada, rezultat je -2, što umanjuje jačinu zahteva da RM1 bude na 1. poziciji

(1-3)*0 – ne postoji nijedan proizvod zbog koga će predmet rada prelaziti dve dužine

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za prvu poziciju $k=1$.

Koje RM ćemo rasporediti na prvu poziciju?

$$\boxed{\begin{matrix} [k=1] \\ i=1,7 \end{matrix}} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1 - j) f_{ij}$$

Crtica znači da obuhvatamo sve brojeve između 1 i 7

$i = 1, 2, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM

$$[i=1] \quad F_{11} = 2 + 2 * [(1-1) * 2 + (1-2) * 2 + (1-3) * 0 + \dots + 0] = -2$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₂ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=2] \quad F_{21} =$$

F_{21} – jačina zahteva da se RM₂ nađe na 1. poziciji

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

$$[i=2] \quad F_{21} = 3 + 2 * [(1-1) * 3]$$

3 – za tri proizvoda bi bilo dobro da se RM₂ nađe na 1. poziciji

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

$$[i=2] \quad F_{21} = 3 + 2 * [(1-1) * 3 + (1-2) * 1]$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

$$[i=2] \quad F_{21} = 3 + 2 * [(1-1) * 3 + (1-2) * 1 + 0 + \dots + 0] = 3 + 2 * (-1) = 1$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1) * 0 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1) * 0 + (1-2) * 1]$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*2]$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*2 + 0 + \dots + 0] = 2 * (-5) = -10$$

$$[i=4] \quad F_{41} = 0 + 2 * [(1-1)*0 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*2 + 0 + \dots + 0] = 2 * (-5) = -10$$

$$[i=4] \quad F_{41} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*2 + 0 + \dots + 0] = 2 * (-5) = -10$$

$$[i=4] \quad F_{41} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*0 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1]_{i=1,7} \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*2 + 0 + \dots + 0] = 2 * (-5) = -10$$

$$[i=4] \quad F_{41} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*0 + (1-4)*2$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=1] \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij}$$

Da li ćemo RM₃ rasporediti na 1. poziciju?

$$[i=3] \quad F_{31} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*2 + 0 + \dots + 0] = 2 * (-5) = -10$$

$$[i=4] \quad F_{41} = 0 + 2 * [(1-1)*0 + (1-2)*1 + (1-3)*0 + (1-4)*2 + (1-5)*1 + 0] = -22$$

Vidimo da će ostale frekvencije biti negativne za $i > 4$, pa zaključujemo da

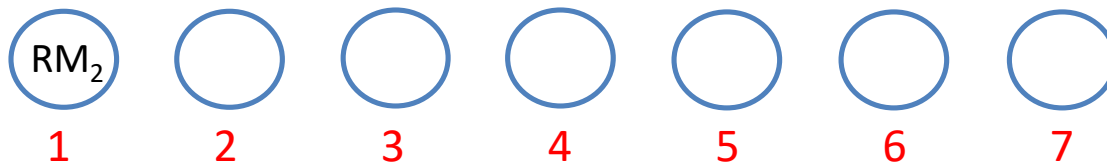
$$F_{i1} < 0 \quad \text{za } i = 5, 6, 7$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

Koje ćemo radno mesto rasporediti na 1. poziciju?

$$\max F_{i1} = F_{21} = 1$$

- prvo radno mesto u liniji će biti RM₂



RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$[k=2]_{i=1,3,7} \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij}$$

$i = 1, 3, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM osim RM₂

$$[i=1] \quad F_{12}$$

F_{12} – jačina zahteva da se RM₁ nađe na 2. poziciji

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij}$$

$i = 1,3,\dots,7$ - imamo raspoloživa sva RM osim RM₂

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 \cdot$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$[k=2] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij}$$

$i = 1, 3, \dots, 7$ - imamo raspoloživa sva RM osim RM₂

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2 - 1) * 2 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 + 0 + \dots + 0] = 6$$

~~$[i=2]$~~ RM₂ je već raspoređeno

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 + 0 + \dots + 0] = 6$$

$$[i=3] \quad F_{32} = 1 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 + 0 + \dots + 0] = 6$$

$$[i=3] \quad F_{32} = 1 + 2 * [(2-1)*0 + (2-2)*1 + (2-3)*2 + \dots + 0] = -3$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 + 0 + \dots + 0] = 6$$

$$[i=3] \quad F_{32} = 1 + 2 * [(2-1)*0 + (2-2)*1 + (2-3)*2 + \dots + 0] = -3$$

$$[i=4] \quad F_{42} = 1 +$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 + 0 + \dots + 0] = 6$$

$$[i=3] \quad F_{32} = 1 + 2 * [(2-1)*0 + (2-2)*1 + (2-3)*2 + \dots + 0] = -3$$

$$[i=4] \quad F_{42} = 1 + 2 * [0 + (2-2)*1 + 0 + (2-4)*2 + (2-5)*1 + \dots + 0] = -13$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^n (k - j) f_{ij}$$

Treba da izračunamo modifikovanu F_{ik} za drugu poziciju $k=2$.

Koje RM ćemo rasporediti na drugu poziciju?

$$\left[\begin{matrix} k=2 \\ i=1,3,7 \end{matrix} \right] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2 - j) f_{ij} \quad i = 1,3,\dots,7 - \text{imamo raspoloživa sva RM osim RM}_2$$

$$[i=1] \quad F_{12} = 2 + 2 * [(2-1)*2 + (2-2)*2 + 0 + \dots + 0] = 6$$

$$[i=3] \quad F_{32} = 1 + 2 * [(2-1)*0 + (2-2)*1 + (2-3)*2 + \dots + 0] = -3$$

$$[i=4] \quad F_{42} = 1 + 2 * [0 + (2-2)*1 + 0 + (2-4)*2 + (2-5)*1 + \dots + 0] = -13$$

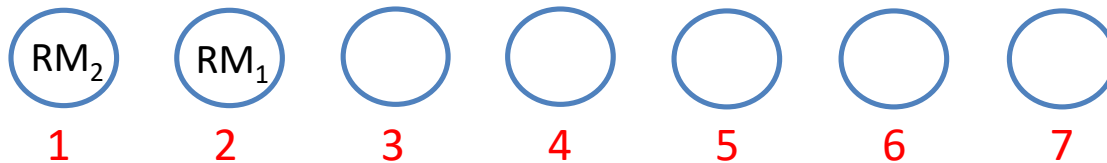
$$F_{i2} < 0 \quad \text{za } i = 5,6,7$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

Koje ćemo radno mesto rasporediti na 2. poziciju?

$$\max F_{i2} = F_{12} = 6$$

- drugo radno mesto u liniji će biti RM₁



RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=3]_{i=3,7} \quad F_{i3} = f_{i3} + 2 \sum_{j=1}^7 (3-j) f_{ij}$$

$$[i=3] \quad F_{33} = 2 + 2 \cdot$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k=3]_{i=3,7} \quad F_{i3} = f_{i3} + 2 \sum_{j=1}^7 (3-j) f_{ij}$$

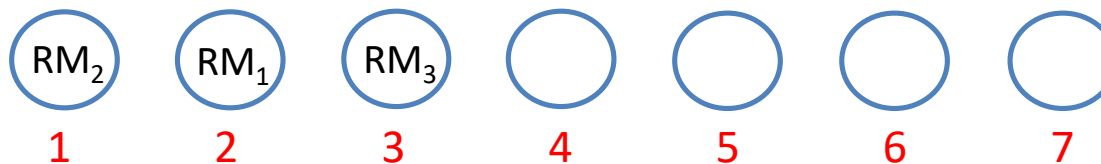
$$[i=3] \quad F_{33} = 2 + 2 * [(3-1)*0 + (3-2)*1 + (3-3)*2 + .. + 0] = 4$$

$$[i=4] \quad F_{43} = -6$$

$$[i=5] \quad F_{53} = -1$$

$$F_{i3} < 0 \quad \text{za } i = 6, 7$$

$\max F_{i3} = F_{33} = 4$ - treće radno mesto u liniji će biti RM₃



RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$\left[\begin{matrix} k = 4 \\ i = \overline{4,7} \end{matrix} \right] \quad F_{i4} = f_{i4} + 2 \sum_{j=1}^7 (4-j) f_{ij}$$

$$\left[i = 4 \right] \quad F_{44} = 2 + 2^*$$

RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k = 4] \quad F_{i4} = f_{i4} + 2 \sum_{j=1}^7 (4-j) f_{ij}$$

$$[i = 4] \quad F_{44} = 2 + 2 * [(4-2)*1 + (4-4)*2 + (4-5)*1 + .. + 0] = 4$$

$$[i = 5] \quad F_{54} = 8$$

$$[i = 6] \quad F_{64} = -7$$

$$[i = 7] \quad F_{74} = -16$$

$$\max F_{i4} = F_{54} = 8$$

- četvrto radno mesto u liniji će biti RM₅



RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k = 5]_{i=4,6,7} \quad F_{i5} = f_{i5} + 2 \sum_{j=1}^7 (5-j) f_{ij}$$

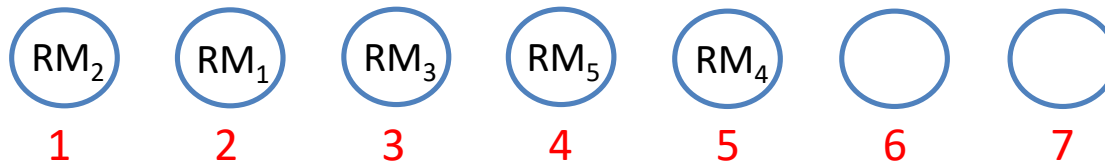
$$[i = 4] \quad F_{45} = 11$$

$$[i = 6] \quad F_{65} = 2$$

$$[i = 7] \quad F_{75} = -7$$

$$\max F_{i5} = F_{45} = 11$$

- peto radno mesto u liniji će biti RM₄



RM	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	2	2	0	0	0	0	0
RM ₂	3	1	0	0	0	0	0
RM ₃	0	1	2	0	0	0	0
RM ₄	0	1	0	2	1	0	0
RM ₅	0	0	3	2	0	0	0
RM ₆	0	0	0	1	2	1	0
RM ₇	0	0	0	0	1	2	1

$$[k = 6]_{i=6,7} \quad F_{i6} = f_{i6} + 2 \sum_{j=1}^7 (6 - j) f_{ij}$$

$$[i = 6] \quad F_{66} = 9$$

$$[i = 7] \quad F_{76} = 2$$

$$\max F_{i6} = F_{66} = 9$$

- šesto radno mesto u liniji će biti RM₆



c) šematski prikazati utvrđenu liniju rasporeda radnih mesta sa putanjama proizvoda u procesu proizvodnje



P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

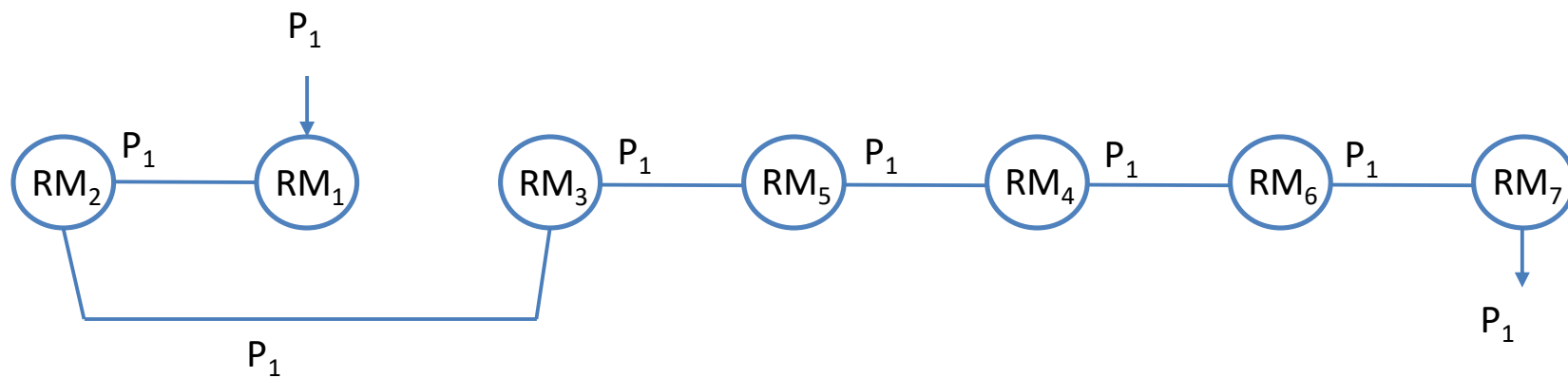
P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5

P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

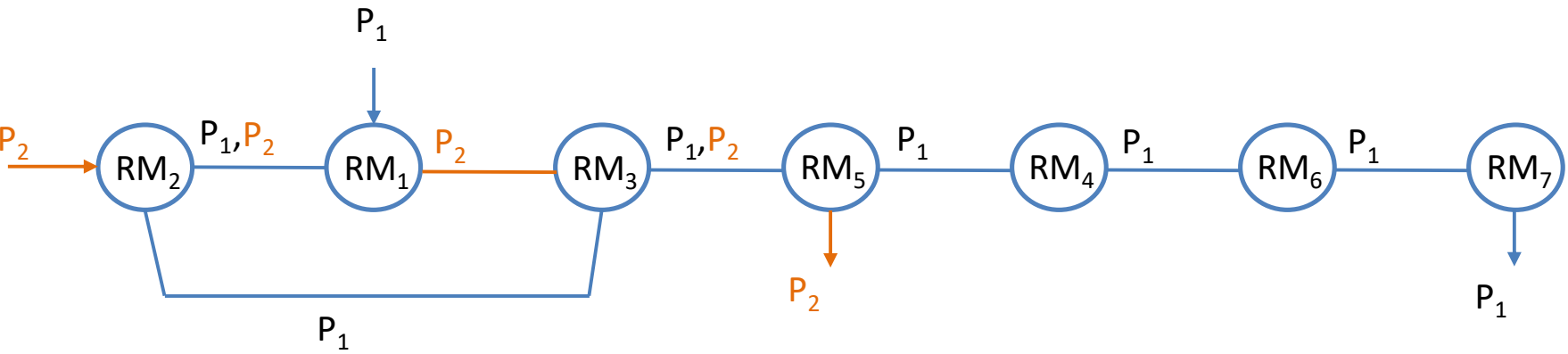
P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7

P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7

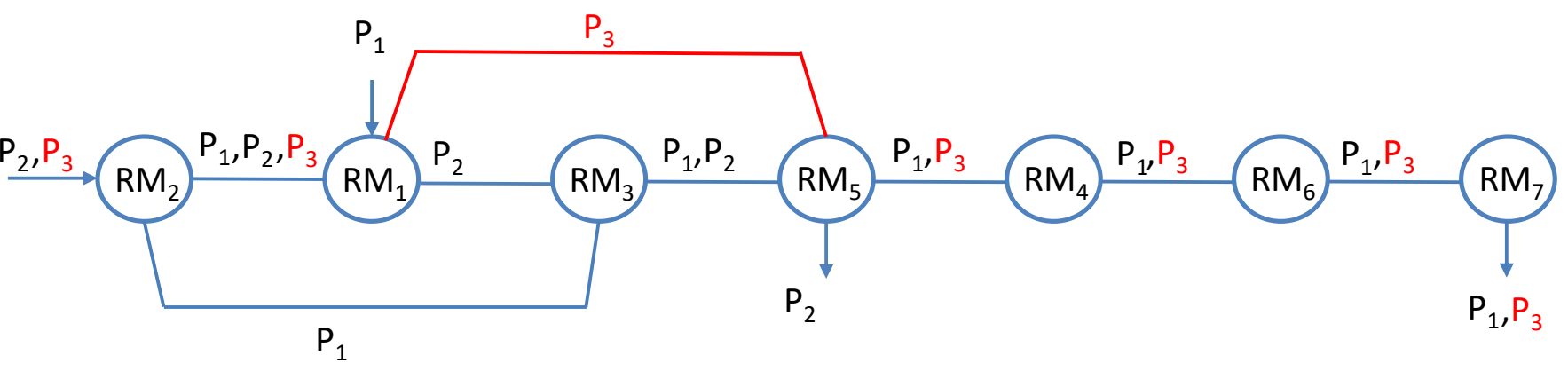
P1: RM1 - RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7



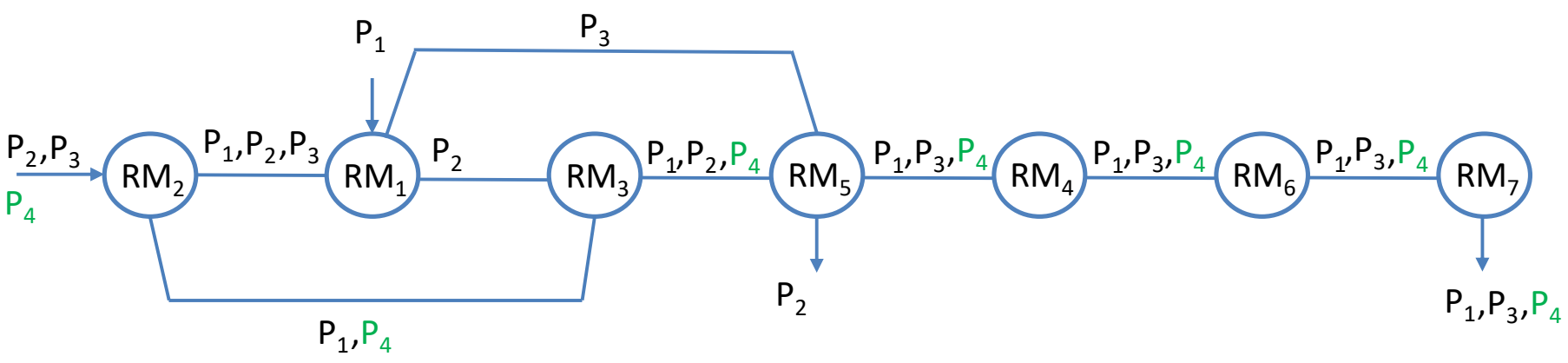
P2: RM2 - RM1 - RM3 - RM5



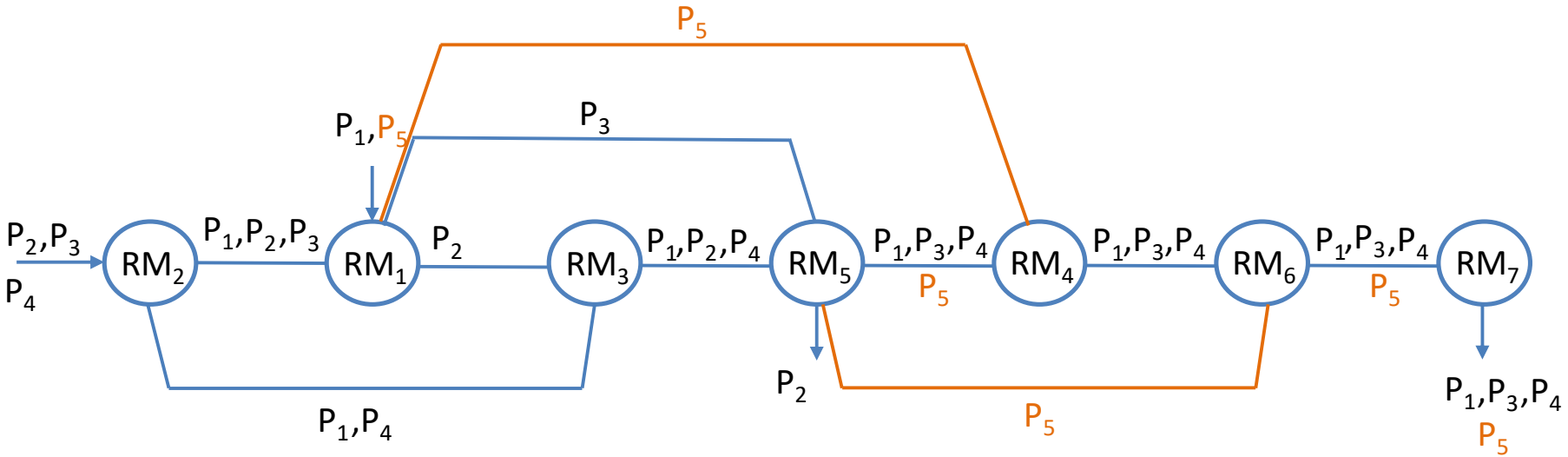
P3: RM2 - RM1 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7



P4: RM2 - RM3 - RM5 - RM4 - RM6 - RM7



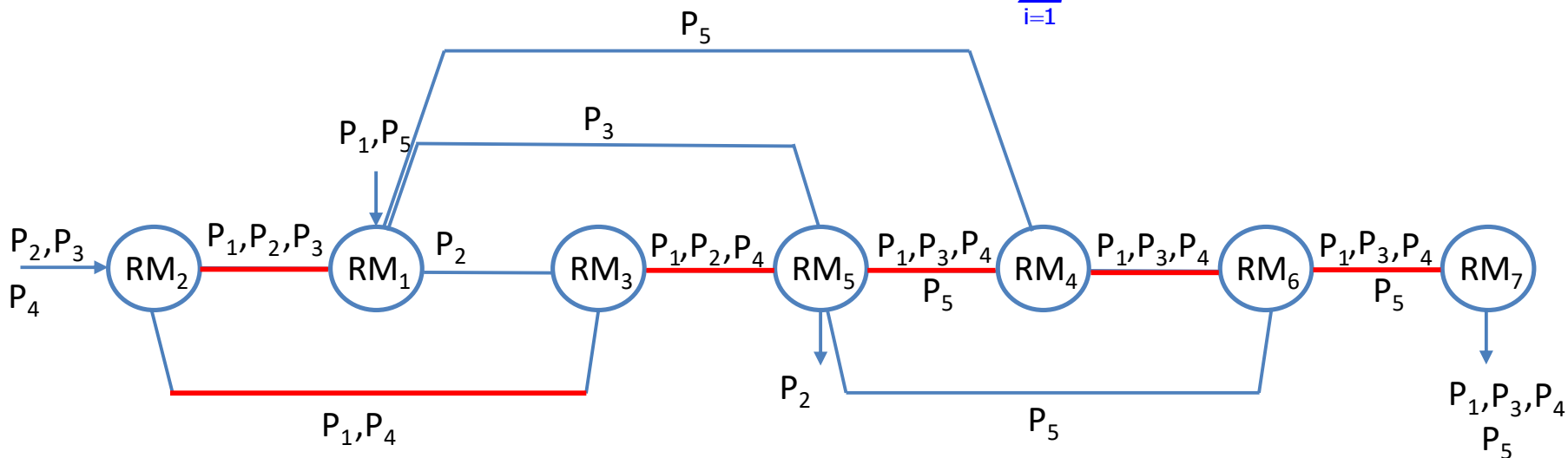
P5: RM1 - RM4 - RM5 - RM6 - RM7



d) израчунати najmanju vrednost funkcije cilja

Funkcija cilja – najkraći put predmeta rada

$$\min L_0 = \sum_{i=1}^m L_i [1]$$



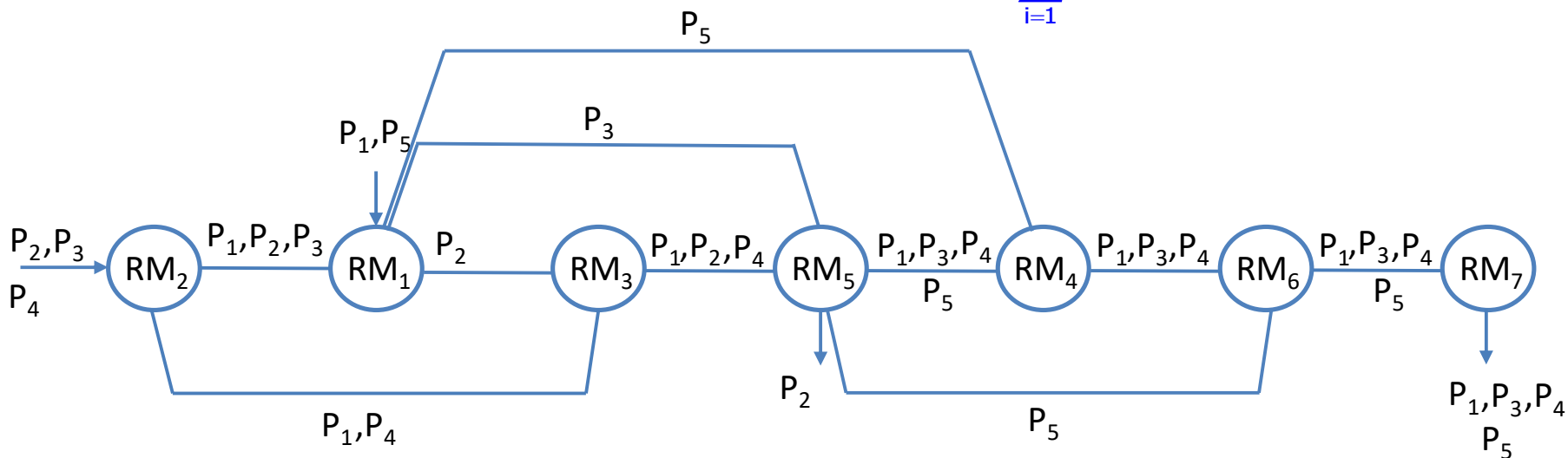
Za P_1 : $L_1 = 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7 [1]$

(7 dužina, tj. jediničnih vrednosti)

d) израчунати najmanju vrednost funkcije cilja

Funkcija cilja – najkraći put predmeta rada

$$\min L_0 = \sum_{i=1}^m L_i \quad [1]$$



Za P_1 :

$$L_1 = 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7 \quad [1]$$

$$L_2 = 1 + 1 + 1 = 3 \quad [1]$$

$$L_3 = 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 6 \quad [1]$$

$$L_4 = 6 \quad [1]$$

$$L_5 = 7 \quad [1]$$

Funkcija cilja je suma svih jediničnih dužina za svaki proizvod:

$$\min L_0 = \sum_{i=1}^5 L_i = 7 + 3 + 6 + 6 + 7 = 29 \quad [1]$$

Primer 1.18

Radna mesta	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM₁	4	0	0	0	0	0	0
RM₂	0	4	0	1	1	0	0
RM₃	0	0	3	0	0	0	0
RM₄	0	0	1	1	0	0	0
RM₅	0	0	0	0	0	1	0
RM₆	0	0	0	2	1	0	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^7 (k - j) f_{ij} \quad , i = 1, 2, \dots, 6; k = 1, 2, \dots, 6$$

Potrebno je:

- na osnovu tabele frekvencija odrediti liniju rasporeda radnih mesta;
- šematski prikazati utvrđenu liniju rasporeda radnih mesta sa putanjama proizvoda u procesu proizvodnje;
- izračunati najmanju vrednost funkcije cilja.

Radna mesta	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	4	0	0	0	0	0	0
RM ₂	0	4	0	1	1	0	0
RM ₃	0	0	3	0	0	0	0
RM ₄	0	0	1	1	0	0	0
RM ₅	0	0	0	0	0	1	0
RM ₆	0	0	0	2	1	0	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^7 (k-j) f_{ij} \quad , i = 1, 2, \dots, 6; k = 1, 2, \dots, 6$$

$$[k = 1] \quad F_{i1} = f_{i1} + 2 \sum_{j=1}^7 (1-j) f_{ij} \quad , i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$F_{11} = 4 + 2$$

$$F_{i1} < 0, i = 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\max F_{i1} = F_{11} = 4$$

$\Rightarrow$ prvo radno mesto u liniji biće RM₁

$$[k = 2] \quad F_{i2} = f_{i2} + 2 \sum_{j=1}^7 (2-j) f_{ij} \quad , i = 2, 3, 4, 5, 6$$

$$F_{22} = 4 + 2 * [0 + (2-2) * 4 + 0 + (2-4) * 1 + (2-5) * 1 + 0] = - 6$$

$$F_{32} = 0 + 2 * [(2-3) * 3] = - 6$$

$$F_{42} = 0 + 2 * [(2-3) * 1 + (2-4) * 1] = - 6$$

$$F_{52} = 0 + 2 * [(2-6) * 1] = - 8$$

$$F_{62} = 0 + 2 * [(2-4) * 2 + (2-5) * 1 + (2-7) * 1] = - 24$$

Radna mesta	f_{ij}						
	1	2	3	4	5	6	7
RM ₁	4	0	0	0	0	0	0
RM ₂	0	4	0	1	1	0	0
RM ₃	0	0	3	0	0	0	0
RM ₄	0	0	1	1	0	0	0
RM ₅	0	0	0	0	0	1	0
RM ₆	0	0	0	2	1	0	1

$$F_{ik} = f_{ik} + 2 \sum_{j=1}^7 (k-j) f_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 6; \quad k = 1, 2, \dots, 6$$

$$\max F_{i2} = F_{22} = F_{32} = F_{42} = -6$$

⇒ треба одreditи modifikovanu frekvenciju za RM2, RM3, RM4 za poziciju 3

[k=3] tj. treba da se izračuna F_{23} , F_{33} , F_{43}

$$F_{23} = 0 + 2 * [(3-2)*4 + (3-4)*1 + (3-5)*1] = 2$$

$$F_{33} = 3$$

$$F_{43} = 1 + 2 * [(3-4)*1] = -1$$

$$\min F_{i3} = F_{43} = -1$$

Sada tražimo minimum!

⇒ drugo radno mesto u liniji biće RM₄

Zadatak 3

U radionici se izrađuju 4 proizvoda na 6 radnih mesta. Proizvodi se izrađuju po sledećem redosledu:

Proizvodi	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
Redosled operacija	RM ₁ RM ₄ RM ₃ RM ₅	RM ₁ RM ₂ RM ₅ RM ₆	RM ₃ RM ₄ RM ₅ RM ₆	RM ₁ RM ₄ RM ₂ RM ₅ RM ₆

- šematski prikazati utvrđenu liniju rasporeda radnih mesta sa putanjama proizvoda u procesu proizvodnje
- izračunati najmanju vrednost funkcije cilja

1 – 4 – 3 – 2 – 5 – 6

<https://forms.office.com/Pages/ResponsePage.aspx?id=jZLXS2p1kONj4A-QN1S2yJPzH8y4JtAsTdCFw8vlypURVRVNjBaNTVGODk5MkEwVjgyRjMzWk1TSi4u>