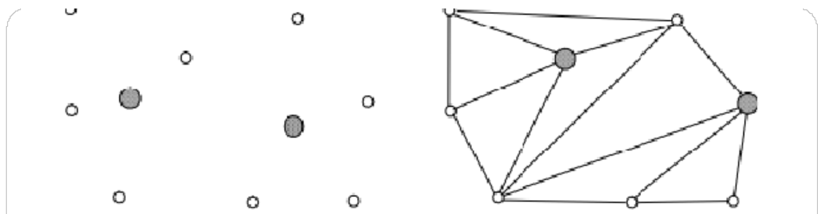
Kontinualni lokacijski modeli

Sunčica Milovanović 548/18
Ksenija Milosavljević 740/18



Kontinualni i diskretni lokacijski problemi

Matematički modeli teorije lokacija imaju za cilj da odgovore na sledeća pitanja:

1) Koliko novih objekata treba otvoriti?
2) Gde će oni biti locirani?
3) Kog kapaciteta će biti svaki od otvorenih obejekata?
4) Kom novom obejktu će biti alociran svaki od korisnika usluga?

Podela matematičkih modela prema topografiji:

1) Diskretni
2) Kontinualni
3) Mrežni

Razlika među lokacijskim modelima

Jedna od osnovnih razlika između lokacijskih modela je način na koji se predstavljaju promenljive.

- Ako novi objekti mogu biti locirani u ravni (R^2) ili prostoru (R^3) govori se o *kontinualnim modelima*: polje promenljivih je kontinuum

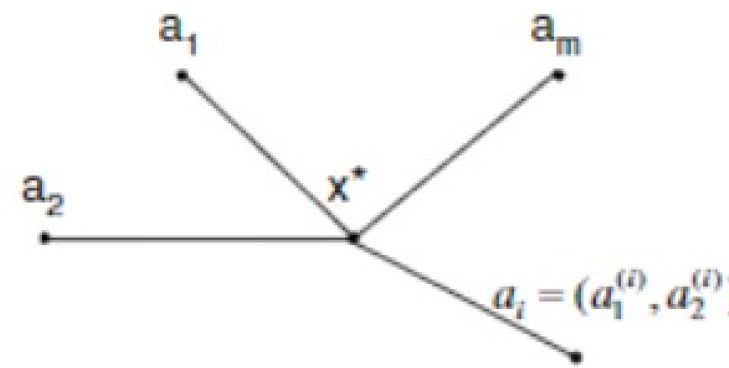
- Ako je skup mogućih lokacija unapred zadata, ali treba odrediti neki njegov podskup tako da se optimizira neki od kriterijuma onda je to *diskretni lokacijski model*

- Ako je polje mogućih novih lokacija bilo gde na zadatoj mreži, i ako ima elemente kontinualnih i diskretnih modela u pitanju je *mrežni lokacijiski model*

Lokacija jednog objekta (Veberov problem)

- Treba izabrati tačke u ravni/prostoru kojim se dostiže min/max nekog kriterijuma, gde je polje mogućih rešenja beskonačno
- Veberov model: Dato je m tačaka u ravni $a_1, a_2, \dots, a_m$ i m skalara (težina) pridodeljenih svakoj tački $(w_1, w_2, \dots, w_m)$. Naći tačku x za koju je suma težinskih rastojanja do datih tačaka minimalna

Primer 1: Ako $a_i = (a_1{}^{(i)}, a_2{}^{(i)}), i = 1, .., m$, predstavljaju koordinate zgrada u nekom naselju u kome treba podići novu robnu kuću sa nepoznatim koordinatama $x = (x_1, x_2)$, tada težinski koeficijenti koji se mogu pridodeliti zgradi, mogu predstavljati broj njenih stanovnika.
Funkcijom cilja se minimizuje težinski zbir rastojanja (ili cena prevoza) do nove robne kuće.



Matematički model ovog problema je:

$$(\min)\ f_{w(x)} = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{w_i} * \mathrm{d}(x, \mathrm{a_i})$$

gde su:
$x = (x_1, x_2)$-koordinate nepoznate lokacije;

m- broj fiksnih (postojećih) lokacija ili korisnika,

$d(x, a_i)$ - rastojanje i-tog korisnika do nepoznate lokacije,

n_i- broj elemenata i -tog korisnika,

r_i - jedinična cena prevoza i-tog korisnika,

$w_i = n_i * r_i$ - težinski koeficijenti pridodeljeni i-tom korisniku,

$a_i = (a_1{}^{(i)}, a_2{}^{(i)})$ - koordinate (lokacije) i-tog korisnika,

f_w - funkcija cilja Veberovog problema.

Osobine Veberovog problema za različite načine merenja rastojanja

Euklidova metrika- Ako x i z pripadaju $\boldsymbol{R^n}$, tada je njihovo Euklidovo rastojanje dato sa $d(x,z) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_j - z_j)} = \|x - z\|_2$. Gde $\|.\|_2$ predstavlja Euklidovu normu. Funkcija cilja sada ima oblik:

$$(min)f_w(x) = \sum_{i=1}^{m} w_i d\,(x, a_i) = \sum_{i=1}^{m} w_i \left(\sum_{j=1}^{n} \left(x_j - a_j^{(i)} \right)^2 \right)^{1/2}$$

<u>Stav 1:</u> Ako su $a_i = ({a_1}^{(i)}, {a_2}^{(i)})$ niz datih tačaka u $\boldsymbol{R^2}$ dužine m, tada je f_w definisana sa drugim oblikom funkcije cilja, konveksna funkcija.

<u>Stav 2:</u> Funkcija $f_w(x)$ dostiže minimum u jednoj od fiksnih tačaka $a_r = \left(a_1^{(r)}, a_2^{(r)}\right)$,

$$r \in (1, \dots, m), \text{ akko važi } c_r = \left(\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{w_i * \left(a_1^{(r)} - a_1^{(i)}\right)}{d(a_r, a_i)} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{w_i * \left(a_2^{(r)} - a_2^{(i)}\right)}{d(a_r, a_i)} \right)^2 \right)^{1/2} \leq w_r$$

Problem nalaženja težišta:

$$f_c(x) = \sum_{i=1}^{m} w_i d^2(x, a_i)$$

Težište ili centroid:

$$x_j^c = \frac{\sum_{i=1}^{m} a_j^{(i)}}{\sum_{i=1}^{m} w_i}, \text{j} = 1,2.$$

1. Metoda rešavanja problema sa Euklidovom merom rastojanja

- funkcija se može transformisati u glatku funkciju korišćenjem hiperbolijske aproksimacije $d^H(x,z) = \sqrt{(x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + \varepsilon}$

2. Popularniji način nalaženja rešenja, tj. numeričko rešavanje sistema nelinearnih jednačina

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^{m} \frac{w_i * (x_j - a_j^i)}{d(x, a_i)} = 0, \quad j = 1,2. \quad \ggg x_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{a_j^{(i)} * w_i}{d(x, a_i)}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{w_i}{d(x, a_i)}}$$

Pravougaono rastojanje

Rastojanje:

$$d_i(x) = \sum_{i=1}^{n} \left| x_j - a_j^{(i)} \right|, \ i = 1, \dots, m$$

tj. problem lokacije u ravni $(n = 2), d_i(x) = d_i(x, a_i) = \left| x_1 - a_1^{(i)} \right| + \left| x_2 - a_2^{(i)} \right|$, $i = 1, \dots, m$. Odatle sledi da funkcija cilja ima oblik:

$$f_w(x) = \sum_{i=1}^{m} w_i * \left(\left| x_1 - a_1^{(i)} \right| + \left| x_2 - a_2^{(i)} \right| \right) =$$

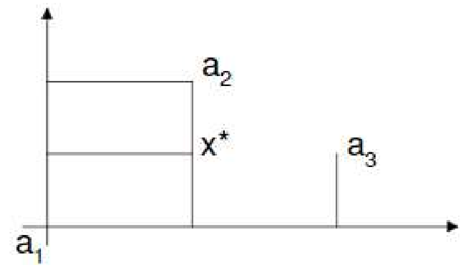
$$= \sum_{i=1}^{m} w_i \left| x_1 - a_1^{(i)} \right| + \sum_{i=1}^{m} w_i \left| x_2 - a_2^{(i)} \right| =$$

$$= f_{w1}(x) + f_{w2}(x)$$

- Za svaku koordinatu $l = 1,2$, ponoviti sledeće korake:

Korak 1. Inicijalno je $p = m \;\; i \;\; t_i = w_i \, , i = 1, \dots , m$

Korak 2. Urediti koordinate u neopadajući niz
$a_l^{(1)} \leq a_l^{(2)} \leq \cdots \leq a_l^{(m)}$



Korak 3. Redukovati problem u slučaju da su neke koordinate jednake:
novi niz će imati p različitih elemenata sa težinama $t_i, i = 1, \dots , p$

Korak 4. Izračunati $s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{p} t_i$

Korak 5. $i \coloneqq 1$

Korak 6. Naći $s_1 \; i \;\; s_2$ kao u izrazu: $s_1 = \sum_{j=1}^{i-1} t_j < \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{p} t_j \leq \sum_{j=1}^{i} t_j = s_2$

Korak 7. Ako je $s_1 < s < s_2$, nađeno je rešenje za $l - tu$ koordinatu kao $x_l^* = a_l^{(i)}$; ako je $s_1 < s = s_2$, tada je $x_l^* = \left[a_l^{(i)}, a_l^{(i+1)} \right]$; u suprotnom $i = i + 1$ i preći na korak 6.

Lokacijska ograničenja

Skup dopustivih lokacija obeležićemo sa $\boldsymbol{D}$.

Tada prošireni model ima oblik: $\min f_w(x) = \sum w_i d(x, a_i)$

Korak 1. Naći bezuslovni minimum zadatka (min) $f_{w(x)} = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{w_i} * \mathrm{d}(x, \mathrm{a_i})$ i obeležiti ga sa x;

Korak 2. Proveriti da li je tačka x – dopustiva, ako jeste, kraj;

Korak 3. Uvodi se koncept vidljivosti

Korak 4. x^* je najbliža sa x, a pripada podskupu određenom u Koraku 3

Stroža definicija vidljivosti je: x^* je vidljiva iz tačke x akko ne postoji y na duži koja spaja x i x^* , takvo da $y \notin D$.

Nelinearna zavisnost funkcije cilja od rastojanja

Iako je $f(x)$ nelinearna funkcija, u (min) $f_{w(x)} = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{w_i} * \mathrm{d}(x, \mathrm{a_i})$ je zavisnost funkcije, od rastojanja linearna.

Drugim rečima, ako obeležimo sa $y_i = d_i(x)$, tada je (min) $f_{w(x)} = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{w_i} * \mathrm{d}(x, \mathrm{a_i})$ linearna funkcija po y,

$$f(y) = \sum_{i=1}^{m} w_i * y_i.$$

Primer : Ako se putni troškovi mere gubitkom korisnosti, tada $C_i[d_i(x)]$ raste sa rastojanjem i strogo je konveksna. Ovaj slučaj je ređi u praksi., mada se teorijski najlakše rešava (lokalni optimum je i globalan). Ovo se može matematički formulisati kao :

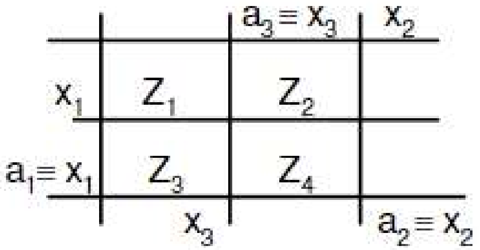
$$C_i[d_i(x)] = k_i + w_i d_i^{\alpha}(x), \alpha > 1.$$

Veliki kvadrat – mali kvadrat

Korak 1: Izabrati početnu tačku $x_0 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} a_i$ koja pripada konveksnom omotaču (KO) i naći $\bar{f} = f(x_0)$

Korak 2: Podeliti konveksni omotač KO $(a_1, \dots, a_m)$ na zone (kvadrate) i naći donju granicu svake od zona, tj. $\underline{f_{zj}} = \sum_{i=1}^{m} C_i\left[d_i(Z_j)\right]$, gde je dijametar

$d_i(Z_j) = (min)d(a_i, Z_j)$ - najkraće rastojanje između a_i i Z_j.



Korak 3: Eliminisati sve zone Z_j za koje važi $\underline{f_z} > \bar{f}$.

Korak 4: Ako je dijametar neeliminisanih zona manji od proizvoljno malog broja ε, kraj.

Korak 5: Izračunati vrednosti f u proizvoljnim tačkama neeliminisanih zona (na primer u centru) i onu gde je f najmanja označiti sa $\bar{f}$. Podeliti preostalu oblast na još manje zone, tj. preći na korak 2.

Lokacija neželjenih objekata (anti Weber)

Oblik funkcije cilja je:

$$(min) f_D(x) = \sum_{i=1}^{m} D_i[d_i(x)], x \in S$$

Gde su: $S -$ skup dozvoljenih lokacija
$x -$ nepoznata lokacija
$D_i -$ opadajuća i neprekidna nelinearna funkcija od rastojanja

U anti-Veberovom problemu traži se lokacija neželjenog objekta, tako da ukupna "šteta" $f(x)$ bude minimalna.

Ako pretpostavimo da je $D_i(.)$ u gornjoj formuli za funkciju cilja rastuća i neprekidna od rastojanja, tada "korist" raste sa rastojanjem x od fiksnih lokacija, pa treba naći maksimum od $f(x)$.

Lokacija neželjenih objekata (anti Weber)

Metoda *Veliki kvadrat-mali kvadrat* se može podesiti i za rešavanje ovog zadatka, tako što se S podeli u konačnu familiju konveksnih poligona. Međutim, ako su $D_i(.)$ linearne, problem je lako rešiv, tj.

$$(max) f_D(x) = \sum_{i=1}^{m} w_i d(a_i, x), x \in S$$

Stav: Ako su D_i linearne fukcije i S poligon ili unija konveksih poligona, tada je optimalno rešenje u temenima poligona.

Raulsov problem, Min-Max kriterijum

Ako se $f_w(x)$ podeli sa konstantom $W = \sum w_i$, tada su rešenja (tj. $x*$) problema $(min) f_w(x)\ i$ (min)$fw(x)/W$ jednaka.

Sa druge strane $f_w(x)/W$ predstavlja srednju (prosečnu) vrednost rastojanja od korisnika lociranih u $a_i, i = 1, \dots, m$, i nove lokacije x.

Min-Max kriterijum, po kome se minimizira maksimalno težinsko rastojanje između novog i postojećih objekata.

1) $(min) f_R(x) = \max_i w_i d_i(x)\,, i = 1, \dots, m$
2) $(min) f_R(x) = \max_i d_i(x)\,, i = 1, \dots, m$

Primer

- Primenom Min Max kriterijuma, kao primer možemo uzeti ravnopravno tretiranje naseljenih i nenaseljenih mesta u izboru nove lokacije (bolnica, hitna pomoć, vatrogasne brigade..).

- Stanovnik na periferiji grada treba da ima ista prava za hitnom intervencijom kao i stanovnik u centru.

- Minimizuje se maksimalno težinsko rastojanje između novih i postojećih objekata.

Raulsov problem, Min-Max kriterijum

$(min)z \ \ggg p.o.\ w_i{}^* \, d_p(x, a_i) \leq z,\ \ i = 1, \dots, m.$

U slučaju da je $p = 2$ (Euklidovo rastojanje), a $w_i = 1$, uvođenjem smene $x_3 = z\ - (x_1^2 + x_2^2)$, prethodni problem se svodi na jednostavni zadatak kvadratnog programiranja.

$$(min)x_1^2 + x_2^2 + \ x_3 \ \ \ggg p.o.\ 2x_1 a_1^{(i)} + 2x_2 a_2^{(i)} + x_3 \geq \left(a_1^{(i)}\right)^2 + \left(a_2^{(i)}\right)^2,$$
$$\mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{m}.$$

Geometrijska formulacija Raulsovog problema glasi: konstruisati krug minimalnog prečnika, tako da skup datih tačaka u ravni $A = \left\{a_i\left(a_1^{(i)}, a_2^{(i)}\right), i = 1, \dots, m\right\}$ budu unutar kruga.

Rešavanje Raulsovog problema

Korak 1: Konstruisati konveksan omotač H, skupa tačaka $A = \{a_i, i = 1, \dots, m\}$

Korak 2: Izabrati bilo koja dva temena iz skupa A, i obeležiti ih sa a i b

Korak 3: Tačke a i b određuju prečnik kruga. Ako sve tačke iz A pripadaju krugu, tj.

$$H \subset K\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right), x^* = \frac{a+b}{2}, kraj;$$

Ako nije izabrati bilo koju tačku $c \in A$, van kruga K

Korak 4: Ako je trougao abc pravougli ili tupougli, obeležiti temena najveće stranice a i b, pa preći na korak 2; ako je trougao oštrougli, opisati krug (centar x) oko trougla abc; ako sve tačke $a_i, \dots, a_m$ pripadaju krugu (lopti), tada je $x^* = x$ i kraj

Korak 5: Izabrati tačku a van kruga, a sa b označiti tačku trougla najdalju od a. Povući pravu $\overline{0b}$ i sa c označiti tačku trougla sa druge strane od prave a, pa preći na korak 3

Veber - Raulsov problem

Korak 1: Rešiti Veberov problem $f_w(x)$; obeležiti sa x' optimalno rešenje;

Korak 2: Izračunati $f_r(x')$; obeležiti sa f' dobijenu vrednost;

Korak 3: $f' = f' - h$, gde je h - korak, fiksni mali broj;

Korak 4: Umanjiti proporcionalno sa h u odnosu na f' sve $d_i(x)$ i obeležiti ih sa r_i,

tj. $r_i = d_i(x') * \frac{f'-h}{f'}$

Korak 5: Opisati krugove sa centrima u a_i i poluprečnicima $r_i\big(K_i(a_i, r_i)\big)$.

Korak 6: Ako je presek krugova prazan skup, x' je Pareto optimalno rešenje i kraj. U suprotnom rešiti Veberov problem sa lokacijskim ograničenjima koja su predstavljena kao presek krugova, obeležiti dobijeno rešenje sa x' pa preći na korak 2.

Lokacija više objekata

Kod lokacije više objekata pojavljuju se sledeća pitanja:

1) Koji je optimalni broj novih objekata?
2) Koji korisnici su usluženi od kog snabdevača (alokacijske promenljive y_{ij})
3) Koja je uloga interakcije između snabdevača (novih objekata)?

Razlikujemo one kod kojih postoji interakcija između novih lokacija i one kod kojih međusobna veza ne postoji.

- Minisum (Veber)
- Minimax (Rauls)

Min-Sum (Veberov) problem lokacije više objekata

$$(min) f_M(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{q} w_{ij} d_i(x_j) + \sum_{j=1}^{q-1} \sum_{k=j+1}^{q} v_{jk} d(x_j, x_k)$$

m - broj fiksnih (postojećih) objekata,

q - broj novih objekata,

$x = (x_1, x_2, \dots, x_q)$- nepoznate lokacije novih objekata,

$x_j = \left(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}\right), j = 1, \dots, q$ - koordinate nepoznatih objekata,

$v_{jk}, j, k = 1, \dots, p$ - mera interakcije između novih objekata j i k (odnosno cena),

gde je $v_{jk} = v_{kj}$

w_{ij} - cena jediničnog transporta od korisnika i do nove lokacije j,

$d_i(x_j) = d(x_j, a_i)$ - rastojanje između korisnika i $j - te$ nove tačke,

$a_i = (a_1^{(i)}, a_2^{(i)})$ - koordinate $i - tog$ korisnika.

Funkcija cilja može biti ukupna cena transporta između postojećih i novih objekata

Min-max lokacijski problem s više objekata

$(min) f_R(x) = max\{w_{ij} d_i(x_j), v_{jk} d(x_j, x_k)\}, \quad i = 1, \ldots, m;\ j, k = 1, \ldots, q;\ 1 \leq j < k \leq q,$
gde parametri modela imaju isto značenje kao u Min-Sum problemu.

Lokacija p neželjenih objekata

Cilj je da novi objekti budu što dalje jedni od drugih, jer su neželjeni.

Postoji 4 tipa:

1) max-min-min ⋙ $\max_{x \in S}(\min_i \min_j d(x_i, x_j));$

2) max-min-sum ⋙ $\max_{x \in S}(\min_i \sum_{j=1}^{p} d(x_i, x_j));$

3) max-sum-min ⋙ $\max_{x \in S} \sum_{i=1}^{p} \min_j d(x_i, x_j)$

4) max-sum-sum ⋙ $\max_{x \in S} \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r} d(x_i, x_j)$

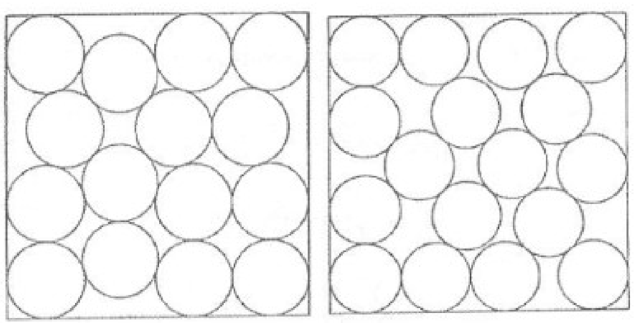
Max-min-min (p-Disperzioni problem)

Povezan je sa klasičnim matematičkim zadatkom pakovanja krugova jednakih poluprečnika u kvadrat.

Može se predstaviti kao zadatak nelinearnog programiranja:

$$Max\, r \qquad p.o.$$

$$d(x_i, x_j) \geq r, za\ svaki \quad i, j = 1, \ldots, p \quad i \neq j, \qquad x_i \in S$$



Pakovanje krugova u krug

Ako je S jedinični kvadrat, d Euklidovo rastojanje i r prečnik, tada p-disperzioni problem postaje **zadatak pakovanja krugova.**

Max r

p.o. $$(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 - 4r^2 \geq 0, \quad 1 \leq j \leq i \leq n,$$

$$x_i{}^2 + y_i{}^2 - (1-r)^2 \leq 0, \qquad 1 \leq i \leq n,$$

$$(x_i, x_i) \in R^2, \qquad 1 \leq i \leq n$$

Pakovanje krugova u krug

Predlaže se nova metoda nazvana *Reformulacioni spust* koji menja formulacije problema sve dok postoji bolje rešenje:

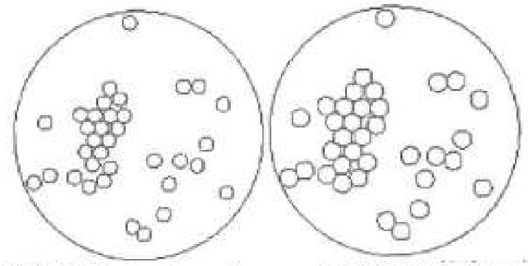
Korak 1. Konstruisati najmanje dve nelinearno povezane formulacije problema;

Korak 2. Izabrati početno rešenje Z;

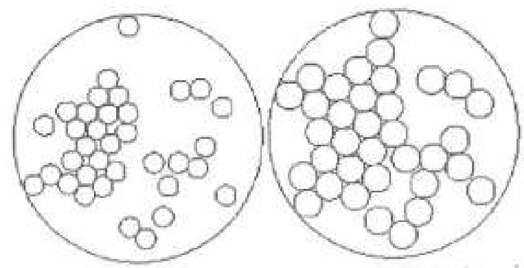
Korak 3. Ponavljati sledeće korake po svim definisanim formulacijama:

(a) naći stracionarnu tačku $Z`$ primenom neke NP metode, čije je početno rešenje Z;

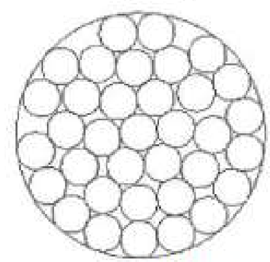
(b) ako je $Z`$ bolje od $Z$, tada je $Z = Z`$; vratiti se na korak 3, tj. na prvu formulaciju;



r_1=0.054288 (Dekartove) r_2=0.070426 (Polarne)



r_3=0.079632 (Dekartove) r_4=0.111111 (Polarne)



r_5=0.149197

Max-sum-sum (p-odbrambeni) problem

Pretpostavimo da je skup S konveksni poliedar u $q-dimenzionalnom$ prostoru, odnosno neka je:

$$S = \{x \in R \quad Ax \leq b, \;\; b \in R^m, \;\; A \in R^q\},$$

tada će se optimalno rešenje naći u rogljevima poliedra S.

Degenerisano rešenje je kada u optimalnom rešenju više od jednog novog objekta bude locirano u istoj tački.

Lokacijsko – alokacijski problem

Najjednostavniji lokacijsko-alokacijski model, u kome se pored lokacija novih objekata određuje i gde će se koji korisnik snabdevati, se ogleda u tome da:

a) Ne postoje interakcije između novih objekata
b) Broj novih objekata je unapred zadat
c) Korisnici se snabdevaju jednom vrstom robe
d) Kapacitet novih lokacija nije ograničen

$$(min) f_{LA}(x, y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{p} y_{ij} * w_i * d_i(x_j)$$

p.o. $\sum_{j=1}^{p} y_{ij} = 1, i = 1, \dots, m$ $\quad 0 \le y_{ij} \le 1, i = 1, \dots, \mathrm{m} \quad \mathrm{i} \quad \mathrm{j} = 1, \dots, \mathrm{p}$

$$d_i(x_j) = d(a_i, x_j)$$

p – broj novih objekata
m – broj korisnika
x_j – nepoznate lokacije novih objekata, $j = 1, \dots, p$
y_{ij} – promenljiva koja određuje proporciju zahteva korisnika i za objektom j
a_i – lokacija korisnika, $i = 1, \dots, m$
w_i – težinski koeficijent $i - tog$ korisnika

Primer

- Date su lokacije određenog broja korisnika i količine njihovih zahteva za robom

- Treba odrediti lokacije u ravni za 3 distributivna centra, tako da zahtevi svih korisnika za robom budu zadovoljeni, a težinski zbir rastojanja od svakog korisnika do distributivnog centra bude minimalan

Alternativna heuristika Cooper (1964.)

Korak 1: *Iniciranje.*

Korak 2: *Alokacijski problem.*

Korak 3: *Kriterijum završetka.*

Korak 4: *Lokacijski problem.*

p – Median heuristika

- Hansen, Mladenović i Taillard (1998)- problem p-medijana
- primenili metode rešavanja problema p-težišta u prvom koraku
- za svaki od p centara i njima najbližih korisnika, rešili Veberov problem.

Meta – heurističke metode

- *Genetski algoritam*
- *Tabu traženje*
- *Metoda promenljivih okolina*

LA model ograničenih kapaciteta

$$(min) f(c,x) =$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{p} y_{ij} * w_i * d_i(a_i, x_j)$$

$$\sum_{j=1}^{p} y_{ij} = 1, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ij} * n_i \leq \bar{n}_j, j = 1, \dots, p$$

$$0 \leq y_{ij} \leq 1$$

Gde su:

n_i $-$ *broj korisnika u tački* a_i

$\bar{n}_j$ $-$ max *kapacitet snabdevača* x_j

Model sa konstantnim fiksnim troškovima

$$(min) f(x, y)$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{p} y_{ij} * w_i * d_i(x_j) + pF$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{p} y_{ij} = 1, i = 1, \dots, m$$

$$0 \leq y_{ij} \leq 1,$$
$$i = 1, \dots, m; \qquad j = 1, \dots p.$$

$$(min) f(x, y)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} F_j z_j \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} * y_{ij}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1,$$

$$0 \leq y_{ij} \leq z_j$$
$$i = 1, \dots, m; \qquad j = 1, \dots, m.$$

$$z_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, m$$

Model lančanog snabdevanja (Supply chain management)

$q-$ broj snabdevača

$b_k, k=1,\dots,q$- poznate lokacije snabdevača

z_{kj}- promenljiva koja određuje količinu robe koju treba transportovati od fabrike k do centra j

λ ∈ [0,1]- parametar kojim se određuje odnos troškova koje imaju korisnici i distributivni centri

Za λ=1, donosilac odluke ne uzima u obzir svoje troškove

$$(min) f(x,y,z)$$

$$= \lambda \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{p} y_{ij} * w_i * d_i(a_i, x_j) +$$

$$+ (1-\lambda) \sum_{k=1}^{q} \sum_{j=1}^{p} z_{kj} * d_i(b_k, x_j)$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{p} y_{ij} = 1, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ij} * n_i \le \sum_{k=1}^{q} z_{kj}, j = 1, \dots, p$$

$$0 \le y_{ij} \le 1$$

HVALA NA PAŽNJI!!! ☺