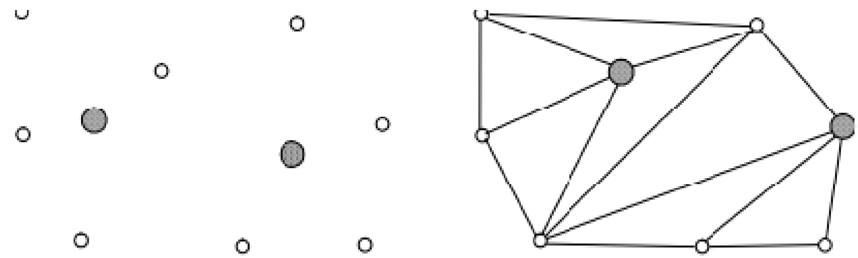
Diskretni lokacijski modeli

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

I Prema topografiji

- Diskretni
- Kontinualni
- Mrežni



Kontinualni i diskretni lokacijski problemi

II Prema obliku funkcije cilja

- Min-Sum
- Min-Max

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

III Prema broju objekata

- Endogeni (u Veberovom i lokacijsko-alokacijskom kontinualnom problemu, u diskretnim i mrežnim zadacima p-težišta i pcentra)
- Egzogeni (jednostavni zemljišni problem, problem prekrivanja skupa)

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

- Statički
- Dinamički

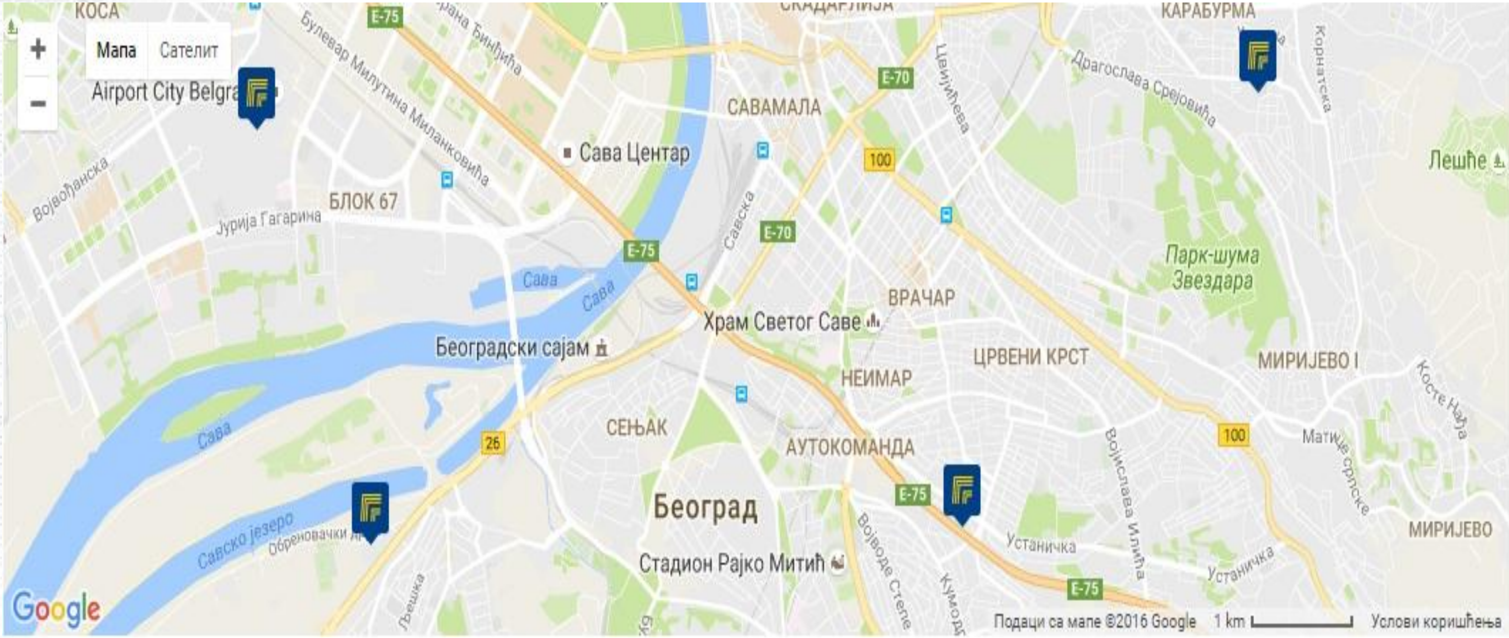
- Jedno-kriterijumski
- Više-kriterijumski

- Jedno-robni
- Više-robni

- Neograničenog kapaciteta novih objekata
- Ograničenog kapaciteta novih objekata

- Deterministički
- Stohastički

DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

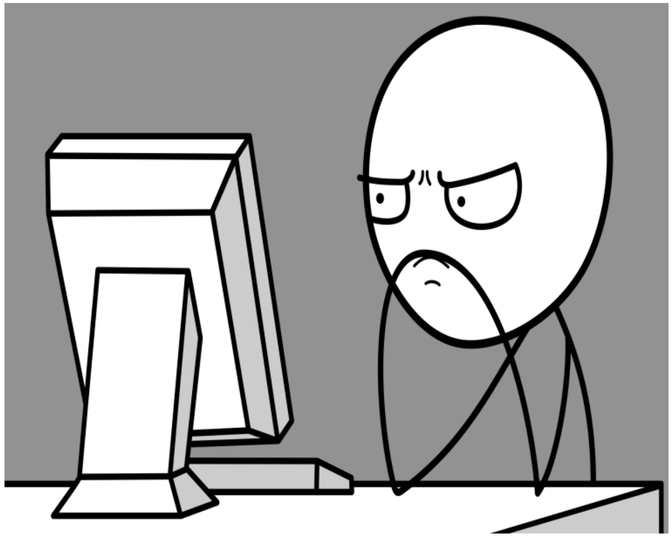


- Treba izabrati jednu ili više lokacija od konačnog skupa mogućih
- Najprimenljivi za realne probleme

DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

Metode rešavanja problema:

- Nelinearno programiranje
- Heuristički



- Proces prebrojanja svih mogućih kombinacija na računaru može trajati veoma dugo, pa se NP izbegava
- Metode rešavanja su najčešće heurističke

DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

Razlikuju se:

- problemi sa jednim ili više novih objekata
- minisum ili minimax problem,
- lokacijski alokacijski zadaci,
- problemi lociranja neželjenih objekata,itd.

1. LOKACIJA JEDNOG OBJEKTA

- Lociranje jedne tačke
- Analogno Veberovom problemu
- Minimizacija ukupnih troškova prevoza

$$(\min) f_j = \sum_{i=1}^{m} w_i d_{ij} ,$$

gde su

m - broj datih tačaka korisnika

n_i - broj mogućih lokacija

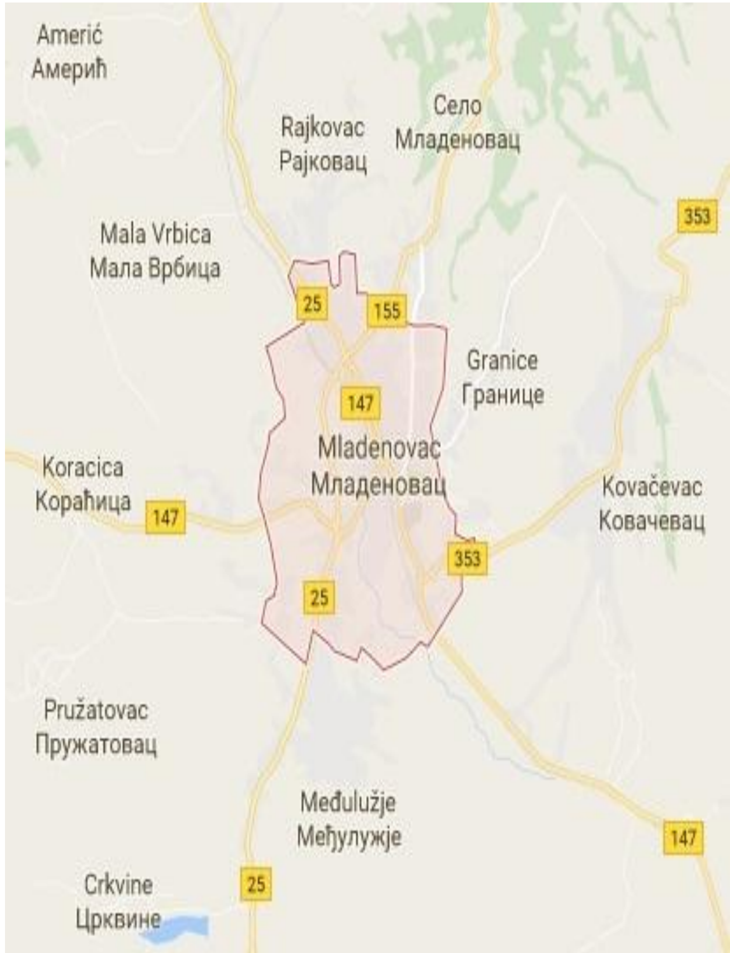
$w_i = n_i \cdot r_i$ (n_i - broj korisnika u i-toj tački)

r_i - cena jediničnog transporta od i-tog korisnika,

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & & \\ d_{m1} & & d_{mn} \end{bmatrix} \text{ - data rastojanja.}$$

PRIMER: PRODAVNICA STOČNE HRANE

Cilj je minimizirati troškove transporta do kupaca, u slučaju kada se vrši dostava proizvoda kupcima. Stoga se prodavnica pozicionira u naselju ili gradu, na podjednakoj udaljenosti od okolnih sela.



PRIMER: VETERINARSKA STANICA

– Nalazi se podjednako udaljeno od centra grada i okolnih sela

– Pružaju se usluge lečenja kućnih ljubimaca i krupne stoke

– Ukupni troškovi transporta su minimalni

2. P - TEŽIŠNI PROBLEM

– Dat je skup U lokacija m korisnika i skup L lokacija n potencijalnih novih objekata.

– Treba odrediti kojih **p** lokacija između njih **n** treba izabrati tako da **ukupni transportni troškovi** između novih objekata i korisnika budu **minimalni**, a da u potpunosti budu **zadovoljeni zahtevi** svih korisnika.

2. P - TEŽIŠNI PROBLEM

(1) $$(\min) f(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

(2) $$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i = 1,2,\ldots,m;$$

(3) $$\sum_{j=1}^{n} y_j = p$$

(4) $$1 \cancel{\le x_{ij} \le} y_j,\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n,\ 0 \le x_{ij} \le y_j$$

(5) $$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n,$$

Jednačina (2) u modelu iskazuje uslov da zahtev i-tog korisnika u potpunosti mora biti ispunjen, uslov (3) kaže da broj otvorenih objekata mora biti konačno p, dok uslov (4) kaže da se korisnici mogu snabdevati samo u otvorenim objektima.

m – broj datih tačaka korisnika

n – broj mogućih lokacija

p – broj novih objekata

x_{ij} - proporcija zadovoljenja i-tog zahteva od j-tog snabdevača (alokacijske promenljive)

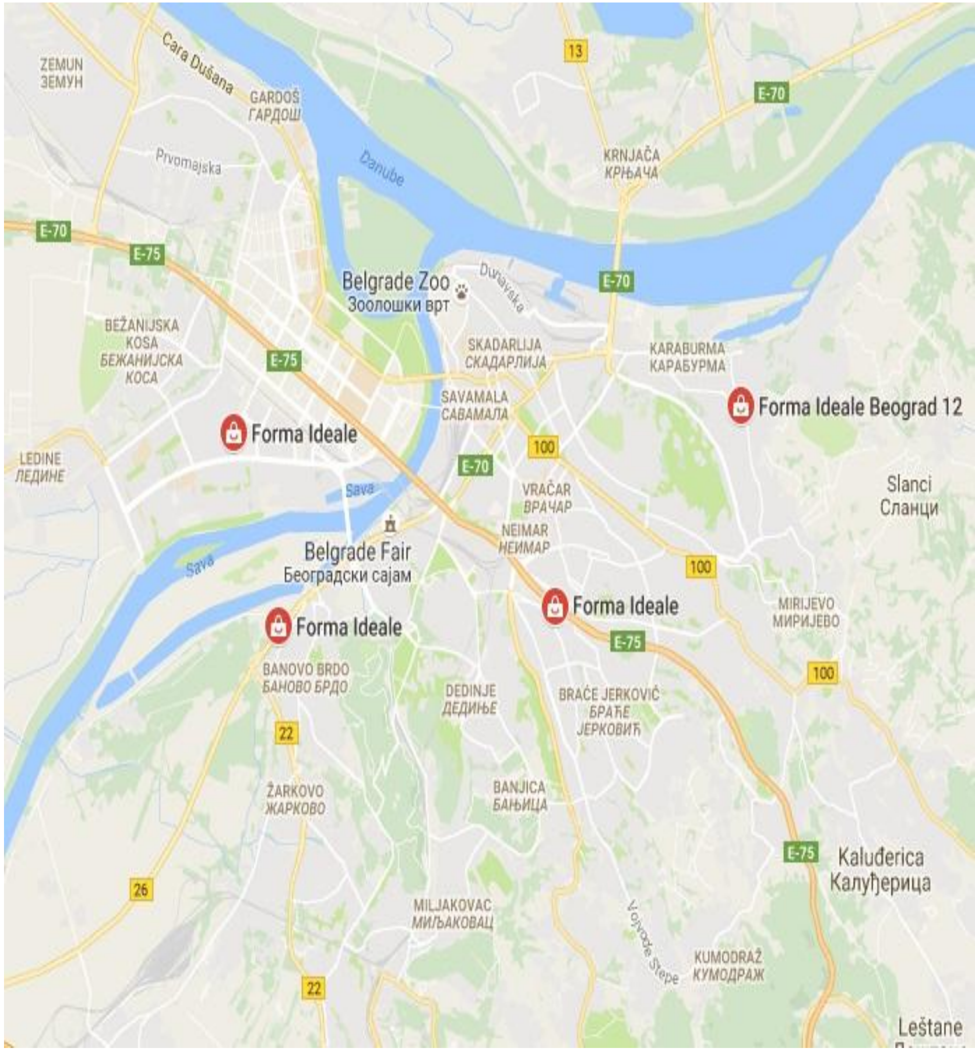
t_{ij} - cena transporta (ili rastojanje) od i-tog korisnika do j-tog novog objeka,

$$y_j = \begin{cases} 0, \text{ako ne treba otvoriti objekat na lokaciji } j, \\ 1, \text{ako treba otvoriti objekat na } j\text{-oj lokaciji.} \end{cases}$$

PRIMER: FORMA IDEALE

Potrebno je otvoriti prodajne objekte na više lokacija kako bi se pokrio što veći broj grupa korisnika.

U datom primeru Forma Ideale lociralo je svoje prodajne objekte na 4 lokacije na teritoriji Beograda, kako bi sve opštine bile obuhvaćene, uz minimizaciju troškova transporta.



PRIMER: TEHNOMANIJA

– Prodajni objekti na više lokacija kako bi se pokrio što veći broj grupa korisnika i ciljnih grupa

– Tehnomanija se nalazi na nekoliko lokacija u Beogradu i tako smanjuje troškove transporta.

F

Tehnomanija®

Mesto gde se kupuje tehnika

2. P - TEŽIŠNI PROBLEM

- Problem nalaženja p-težišta rešava se primenom egzaktnih i heurističkih metoda.

- Najpoznatije klasične heuristike su:
  - 2.1. Pohlepna
  - 2.2. Štedljiva
  - 2.3. Alternativna
  - 2.4. Zamena mesta

POHLEPNA (GREEDY) HEURISTIKA

- Pronalaženje najboljeg rešenja u svakom koraku
- Polazi se od nule i "grabežljivo" se ide ka rešenju

1.
- Rešiti problem nalaženja jedne najbolje lokacije; na taj način je određena jedna od ukupno p novih tačaka.

2.
- Ako je broj novih objekata jednak p, kraj.

3.
- Pretpostavimo da je nađeno k novih lokacija. Izabrati k + 1 tačku među preostalim n – k, tako da kada se svakom korisniku pridodeli najbliži centar ukupna cena transporta bude najmanja. Preći na korak 2.

2.2. ŠTEDLJIVA HEURISTIKA (KIR-JANJA)

- Polazi od pretpostavke da imamo sve (svih n objekata je već locirano) i u svakom koraku se trudimo da što manje izgubimo (izbacimo centar koji najviše opterećuje troškove transporta).

- Cilj je naravno da se dobije dopustivo rešenje i čim se to postigne, procedura je završena.

2.3. ALTERNATIVNA HEURISTIKA

- U diskretnom slučaju se naizmenično nalaze nove lokacije (na početku je to proizvoljan skup od p objekata) pa se zatim određuje gde će se koji korisnik snabdevati.

- Za tako dobijene grupe korisnika određuju se novi bolji centri (lokacije), ukoliko takvi postoje; itd. Ako nema poboljšanja rezultata između 2 iteracije, heuristika prestaje sa radom.

2.4. HEURISTIKA ZAMENE MESTA

- daje **najbolje** rešenje od svih klasičnih heuristika
- U heurističkoj metodi zamene se prvo nalazi proizvoljno rešenje, tj. bilo koji skup od p tačaka i nađe se vrednost funkcije cilja za to rešenje (naravno, pridruživanjem svakog korisnika najbližem centru).

1

- Naći početno rešenje tj. izabrati proizvoljan skup J, $J \subseteq L, |J| = p$ i naći vrednost funkcije koristeći minimizaciju troškova

2

- Za svaki centar j iz skupa J i za svaki centar k iz skupa L / J, uraditi sledeće:
- Zameniti centar j iz rešenja jednim koji trenutno nije u rešenju (k)
- Izračunati promenu u funkciji cilja
- Zapamtiti indekse j i k gde je funkcija bila najmanja i odgovarajuće indekse obeležiti sa j’ i k’

3

- Ako je $f_{j'k'}>0$, kraj. (dobijen je tzv. lokalni minimum J)

4

- Ažurirati novo rešenje kao $J \leftarrow J \setminus \{j'\} \cup \{k'\}$ i preći na korak 2.

3. JEDNOSTAVNI ZEMLJIŠNI PROBLEM

- U model su uključeni **troškovi instalacije** (otvaranja) novog objekta
- Razlika između p-težišnog i JZP je mala
- U JZP **ne mora** biti locirano **tačno p** novih objekata
- Model ima oblik:

$$(\min)\ f(x,y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

f_j - cena postavljanja (izgradnje) j-te lokacije

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$

$$0 \le x_{ij} \le y_j,\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n;$$

Najpoznatija metoda rešavanja je DUALOC

4.1. PREKRIVANJE SKUPA – SET-COVERING PROBLEM

- Odrediti optimalan broj novih objekata u zavisnosti od raspoloživih sredstava

$$(\min) f(y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j$$

p.o.

$$\sum_{j \in N_i} y_j \geq 1, \; i = 1,2,\ldots,m$$

$$y_j \in \{0,1\}, \; j = 1,2,\ldots,n$$

$$N_i = \{ j / t_{ij} \leq \bar{t}_i \}$$

4.2. PREKRIVANJE SKUPA – MAXIMAL-COVERING PROBLEM

- Maksimizovati broj poseta ili poziva u odnosu na raspoloživa sredstva

$$(\min)\ f(y,c) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} N_{ij} c_{ij} \qquad N_{ij} = \begin{cases} N_i, & t_{ij} \le \bar{t}_i \\ 0, & t_{ij} < \bar{t}_i \end{cases}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \le 1,\ i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$\sum y_j = p.$$

5. PROBLEM P-CENTARA

- Odrediti lokacije p novih objekata tako da se minimizuju troškovi transporta korisnika u odnosu na najbliži objekat

$$\min f(y,c) = \max n_i \cdot t_{ij} \cdot c_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m, \; j = 1,2,\ldots,n,$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = 1, \; i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j, \; i = 1,2,\ldots,m; \; j = 1,2,\ldots,n$$

$$c_{ij}, y_j \in \{0,1\}, \; i = 1,2,\ldots,m; j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p.$$