MREŽNI LOKACIJSKI MODELI

Lokacija i raspored objekata

- Mreža ili graf je određena sa G=(T,L), pri čemu T predstavlja skup temena grafova, a L je skup lukova koji spajaju temena.

Pretpostavlja se da:

- svaka dva luka se seku u najviše jednom zajedničkom temenu
- najviše 1 luk spaja svaka dva temena

Treba definisati i određene pojmove iz teorije grafova:

− Dva luka *su susedni* ako imaju bar jedno zajednicko teme,

− *Put* je niz povezanih lukova gde svaki par susednih lukova ima isto teme.

− Ako je pocetno teme puta jednako krajnjem, govorimo o *krugu ili ciklusu*.

− Put koji ne sadrži krug, *je jednostavan put*.

− Krug (ciklus) u kome se lukovi ne ponavljaju je *jednostavan krug (ciklus*

− *Dužina puta* je zbir dužina lukova u putu.

− Rastojanje između dva temena (t_i,t_j) je dužina najkraćeg puta od t_i do t_j . Očigledno važi $d(t_i,t_j) = d(t_j,t_i)$

− Mreža je povezana ako najmanje jedan put povezuje svaka dva temena. U suprotnom je mreža nepovezana.

Formalno, funkcija rastojanja ispunjava:

(1) simetricnost, $d(x, y) = d(y, x)$

(2) pozitivnost $d(x, y) > 0$, $d(x, y) = 0$ za $x = y$

(3) nejednakost trougla $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$, za svako x, y i z .

Osnovna ideja mrežnih lokacijskih modela je u pretpostavci da je rastojanje na mreži jednako najkraćem rastojanju između svake dve njene tačke.

2.2.1. Problem n - težista

Problem p - težista je već ranije definisan. Neka je $X = \{x_1, x_2, \ldots x_p\}$ skup težista koje treba odrediti i koje bi trebalo da se nađu na nekim lukovima mreže G. Označimo sa

$$d(X, t_i) = \min(d(x_1, t_i), \ldots, d(x_n, t_i)),\ i = 1, \ldots m$$

odnosno, pretpostavimo da je rastojanje skupa X i temena t_i jednako rastojanju najbližeg težista iz skupa X do t_i .Ako dodelimo nenegativne pondere svakom temenu (npr. broj stanovnika), $p_1, \ldots p_m$, tada funkcija cilja ima oblik

$$f(X) = \sum_{i=1}^{m} p_i d(X, t_i)$$

Zadatak je: odrediti n -težista (zvanih i apsolutnih n-težista) tako da $f(X)$ ima minimalnu vrednost. Osobine iz Stava 1 omogućuju dokaz sledećeg stava.

2.2.2. Problem p - centara na proizvoljnoj mreži

Pretpostavimo da je skup centra $Y = \{y_1, y_2, \ldots y_p\}$ takav da svaki cenar y_j leži na luku datog grafa, i da je $p < m$. Obeležimo ponovo sa $d(Y, t_i)$, rastojanje proizvoljnog temena t_i do najbližeg centra iz skupa X. Potrebno je odrediti minimum funkcije

$$(\min)\ g(Y) = \max(p_1 d(Y, t_1), \ldots, p_m d(Y, t_m)),$$

gde su p_i, $i = 1, \ldots, m$, ponderi ili težinski koeficijenti pridruženi temenima. Rešenje ovog problema se naziva apsolutni centar i obeležićemo ga sa Y^*.

U problemu nalaženja jednog centra koristi se tzv. osobina temena i presečne tačke (TPT), koju ćemo izraziti u Stavu 3. Pre toga definišemo presečnu tačku.

Tačka na mreži y_{ij} je *presečna* samo ako je:

$$p_i d(y_{ij}, t_i) = p_j d(y_{ij}, t_j) \text{ za neko } i, j \in \{1, 2, \ldots, m\} \text{ i } i \neq j.$$

PROBLEM PREKRIVANJA NA PROIZVOLJNOM GRAFU

Potrebno je odrediti lokacije što manje novih tačaka iz datog skupa mogućih lokacija Y, tako da svih m-tacaka bude prekriveno, odnosno, treba naći:

- (min) | Y |
- p.o.
- $d(Y, t_i) \leq r_i$, gde | Y | označava broj članova skupa Y.

MREŽA TIPA STABLO

Mreža struktura stable S ima sledeće osobine:

(i) S je povezan graf bez krugova (ciklusa);

(ii) postoji nakraci put između svake dve tacke u S.

Mrežni lokacijski problemi na stablu se jednostavno rešavaju.

NALAŽENJE 1-TEŽIŠTA NA STABLU

Problem 1- težišta je nalaženje nove tačke x* na mreži, tako da se minimizuje zbir težinskih rastojanja od x* do podskupa temena mreže. Tačka x* se naziva apsolutno težište. Ako sa f (x) označimo ukupno rastojanje između x i m temena, imamo:

$$f(x) = p_1 d(x,t_1) + p_2 d(x,t_{21}) + \ldots + p_m d(x,t_m),$$

gde $p_i, i = 1,\ldots m$, mogu predstavljati npr:

- broj dolazaka do x (poštanskog sandučeta) u datom vremenskom periodu iz temena t_i,
- ukupni transportni troskovi po jedinici rastojanja iz temena t_i,
- ukupno vreme po jediničnom rastojanju itd.

Algoritam 1.

Korak 1. Izabrati bilo koji list (teme povežemo lukom samo sa jednim temenom) t_1 sa težinom p_1. Ako je $p_1 > p/2$, t_1 je rešenje i kraj.

Korak 2. Označiti sa t_0 teme koje je povezano sa t_1 i sabrati p_1 i p_0 kao novi ponder temena t_0 $(p_1 + p_0 = p_0)$.

Izbrisati luk (t_0, t_1) i preći na Korak 1.

NALAŽENJE JEDNOG CENTRA NA STABLU

Apsolutni 1-centar y* je tačka na mreži koja minimizuje maksimalna težinska rastojanja od y* do podskupa temena gafa. Pretpostavimo da taj podskup sadrzi m - temena sa pozitivnim ponderima (težinama) p_i . Matematički model je dakle:

$$(\min)\ g(y) = \max(p_1 d(y,t_1), \ldots, p_m d(y,t_m))$$

Ako nova lokacija treba da uslužuje postojece, tražena tacka treba da minimizuje maksimalno vreme, cenu prevoza itd.

HVALA NA PAŽNJI!

Emilija Manojlović 531/16
Lola Maričić 732/16