Lokacijski modeli

Lokacijski problemi

- u širem smislu : određivanje pozicije jednog ili grupe objekata u prostoru određene dimenzionalnosti

- u užem smislu : lociranje resursa, skladišnih objekata, terminala, pretovarnih mesta,…

Klasifikacija lokacijskih modela

I. Prema topografiji:

- Diskretni
- Kontinualni
- Mrežni

Klasifikacija lokacijskih modela

II. Prema obliku funkcije cilja

- Min-Sum

- Min-Max

Klasifikacija lokacijskih modela

III. Prema broju objekata

- Endogeni (u Veberovom i lokacijsko-alokacijskom kontinualnom problemu, u diskretnim i mrežnim zadacima p-težišta i pcentra)

- Egzogeni (jednostavni zemljišni problem, problem prekrivanja skupa)

Klasifikacija lokacijskih modela

- Statički
- Dinamički

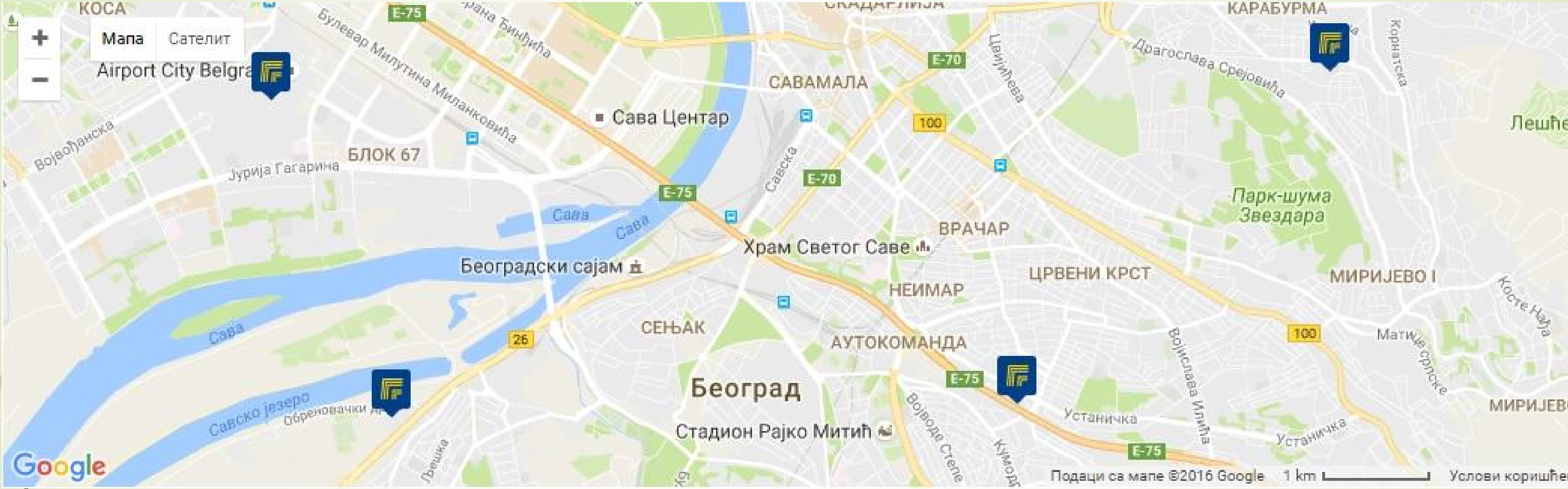
- Jedno-kriterijumski
- Više-kriterijumski

- Jedno-robni
- Više-robni

- Neograničenog kapacit
  novih objekata
- Ograničenog kapacitet
  novih objekata

- Deterministički
- Stohastički

Diskretni lokacijski modeli

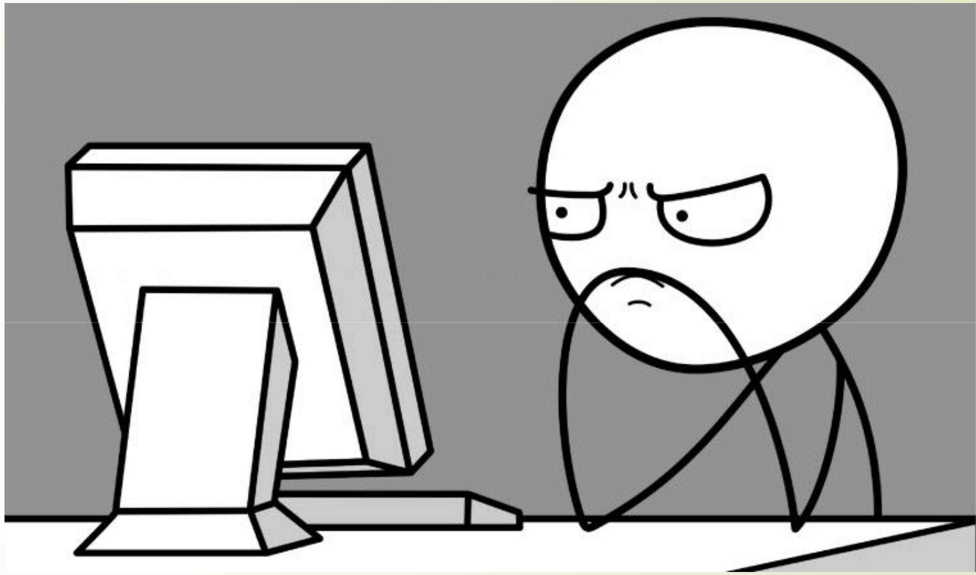


- Treba izabrati jednu ili više lokacija od konačnog skupa mogućih
- Najprimenljivi za realne probleme

Diskretni lokacijski modeli

Metode rešavanja problema:

- Nelinearno programiranje
- Heuristički



- Proces prebrojanja svih mogućih kombinacija na računaru može trajati veoma dugo, pa se NP izbegava

- Metode rešavanja su najčešće heurističke u1 user, 11/27/2016

Diskretni lokacijski modeli

Razlikuju se:

- problemi sa jednim ili više novih objekata
- minisum ili minimax problem,
- lokacijski alokacijski zadaci,
- problemi lociranja neželjenih objekata,itd.

1. Lokacija jednog objekta

- Lociranje jedne tačke
- Analogno Veberovom problemu
- Minimizacija ukupnih troškova prevoza

$$(\min) f_j = \sum_{i=1}^{m} w_i d_{ij} ,$$

gde su

m - broj datih tačaka korisnika

n_i - broj mogućih lokacija

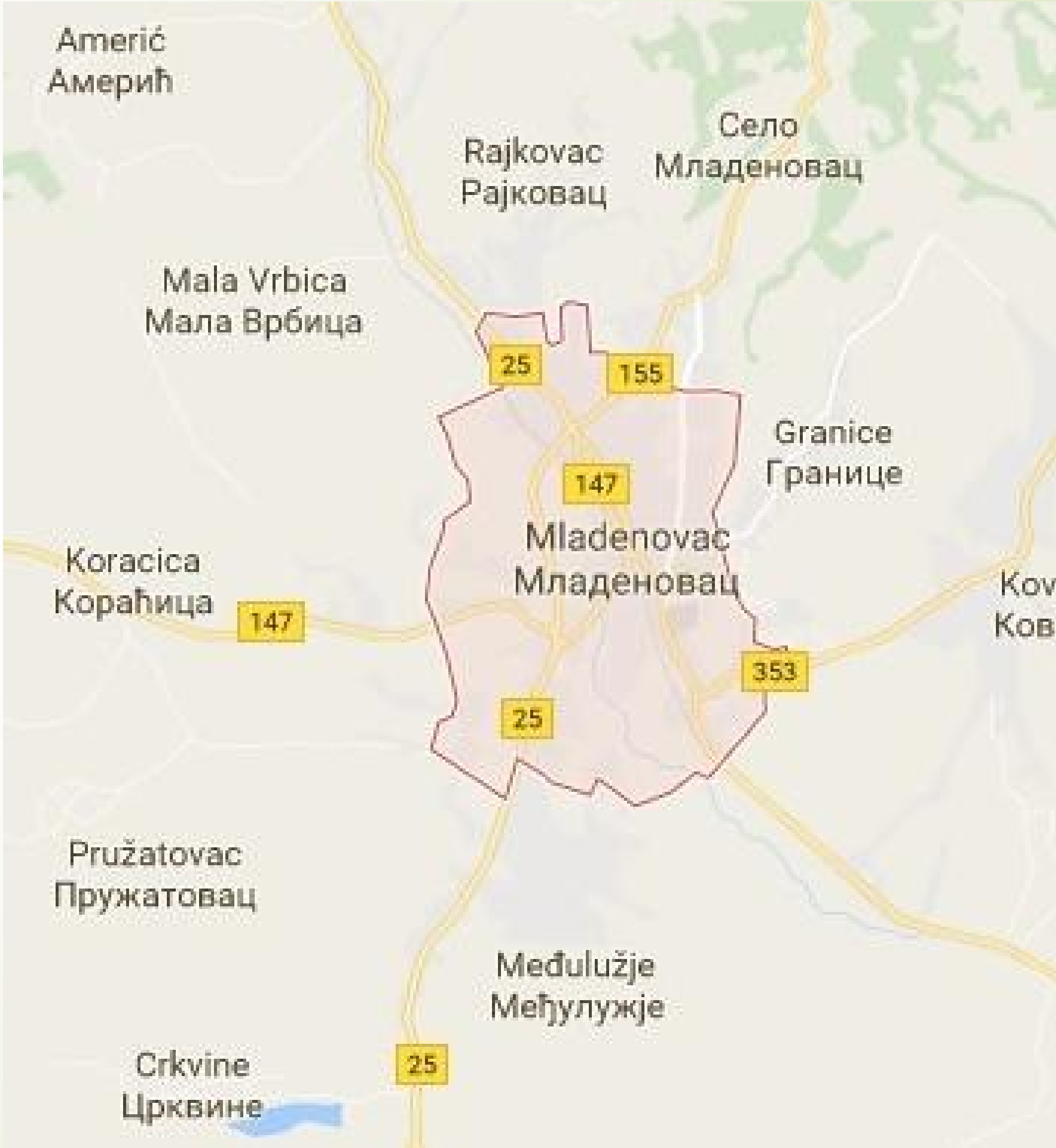
$w_i = n_i \cdot r_i$ (n_i - broj korisnika u i-toj tački)

r_i - cena jediničnog transporta od i-tog korisnika,

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & & \\ d_{m1} & & d_{mn} \end{bmatrix} \text{ - data rastojanja.}$$

PRIMER: Prodavnica stočne hrane

Cilj je minimizirati troškove transporta do kupaca, u slučaju kada se vrši dostava proizvoda kupcima. Stoga se prodavnica pozicionira u naselju ili gradu, na podjednakoj udaljenosti od okolnih sela.



2. P-težišni problem

kojih ***p*** lokacija između njih ***n*** treba izabrati tako da

ukupni transportni **troškovi** između novih objekata i korisnika budu **minimalni**

a da u potpunosti budu **zadovoljeni zahtevi** svih korisnika

$$(\min) f(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i = 1,2,\ldots,m;$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p$$

$$1 \le x_{ij} \le y_j,\ i = 1,2,\ldots,m;\ \ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$y_j \in \{0,1\},\ \ j = 1,2,\ldots,n,$$

m – broj datih tačaka korisnika

n – broj mogućih lokacija

p – broj novih objekata

x_{ij} - proporcija zadovoljenja i-tog zahteva od j-tog snabdevača (alokacijske promenljive)

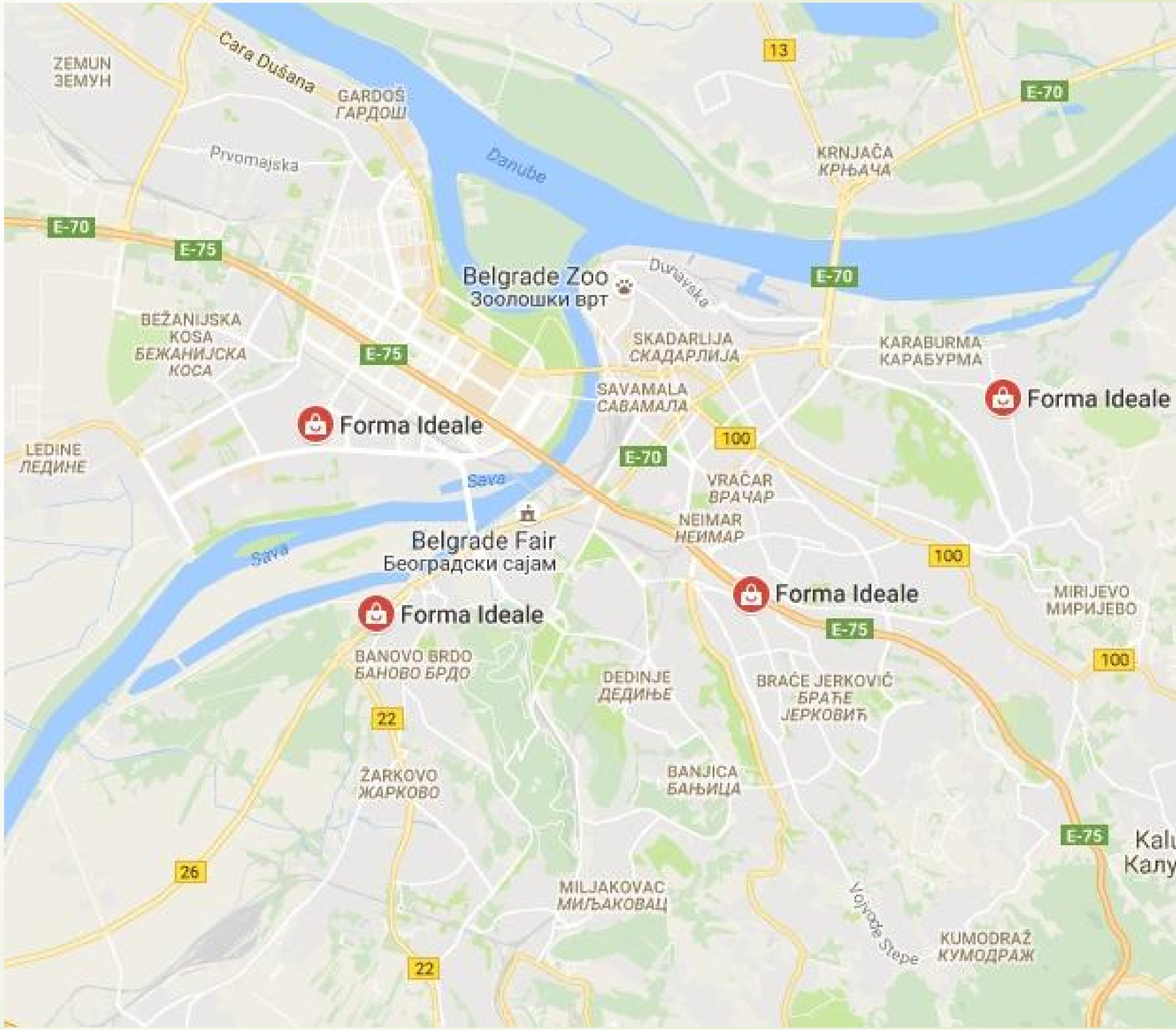
t_{ij} - cena transporta (ili rastojanje) od i-tog korisnika do j-tog novog objeka,

$$y_j = \begin{cases} 0, \text{ ako ne treba otvoriti objekat na lokaciji } j, \\ 1, \text{ ako treba otvoriti objekat na } j\text{-oj lokaciji.} \end{cases}$$

PRIMER: Prodavnica nameštaja

Potrebno je otvoriti prodajne objekte na više lokacija kako bi se pokrio što veći broj grupa korisnika.

U datom primeru Forma Ideale lociralo je svoje prodajne objekte na 4 lokacije na teritoriji Beograda, kako bi sve opštine bile obuhvaćene, uz minimizaciju troškova transporta.



2. P-težišni problem

Problem nalaženja p-težišta rešava se primenom egzaktnih i heurističkih metoda.

Najpoznatije klasične heuristike su:

2.1. Pohlepna

2.2. Štedljiva

2.3. Alternativna

2.4. Zamena mesta

2.1. Pohlepna heuristika (Greedy)

Suština pohlepne heuristike je u pronalaženju **najboljeg rešenja u svakom koraku**. Kreće se od nule i grabežljivo ide ka rešenju.

1. Rešiti problem nalaženja 1 lokacije od ukupno p novih tačak
2. Ako je broj novih objekata p → kraj iteracije.
3. Ako je nađeno k novih lokacija izabrati k+1 tačku od preosta n-k, tako da se minimizuju troškovi transporta za svakog korisn

2.2. Štedljiva heuristika (Kir-Janja)

- **n** lociranih objekata
- **izbacujemo centar** s najvećim troškovima transporta
- u svakom koraku je ideja da se **što manje izgubi**

- **Cilj:** doći do dopustivog rešenja, čime se završava procedura

2.3. Alternativna heuristika

- naizmenično nalazimo nove lokacije
- na osnovu njih odlučujemo gde će se koji korisnici snabdevati
- formiramo nove, bolje centre (ako postoji)

- **Cilj**: doći do optimalnog rešenja, čime se završava procedura
  (ako nema poboljšanja između dve iteracije)

2.4. Heuristika zamene mesta

- daje **najbolje** rešenje od svih klasičnih heuristika

1

- Naći početno rešenje tj. izabrati proizvoljan skup J, $J \subseteq L, |J| = p$, i naći vrednost funk koristeći minimizaciju troškova

2

- Za svaki centar j iz skupa J i za svaki centar k iz skupa L / J, uraditi sledeće:
- Zameniti centar j iz rešenja jednim koji trenutno nije u rešenju (k)
- Izračunati promenu u funkciji cilja
- Zapamtiti indekse j i k gde je funkcija bila najmanja i odgovarajuće indekse obeležiti sa j' i k

3

- Ako je $f_{j'k'} > 0$, kraj. (dobijen je tzv. lokalni minimum J)

4

- Ažurirati novo rešenje kao $J \leftarrow J \setminus \{j'\} \cup \{k'\}$ i preći na korak 2.

3. Jednostavni zemljišni problem

- U model su uključeni **troškovi instalacije** (otvaranja) novog objekta
- Razlika između p-težišnog i JZP je mala
- U JZP **ne mora** biti locirano **tačno p** novih objekata
- Model ima oblik:

$$(\min)\ f(x,y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$

$$0 \le x_{ij} \le y_j,\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n;$$

- Najpoznatija metoda rešavanja je DUALOC

- Rešava dualni zadatak relaksacionog zemljišnog problema (JZP u kome je ograničenje tj. uslov celobrojnosti obrisan tj. relaksiran)

*Nalaženjem rešenja DRZP dobijamo donju granicu za primalni JZP zadatak

$$\max_{v,w} g(v) = \sum_{i=1}^{m} v_i$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{m} w_{ij} \le f_j, \quad j = \overline{1,n}$$

$$v_i - w_{ij} \le n_i t_{ij}, \quad i = \overline{1,m} \text{ i } j = \overline{1,n}$$

$$w_{ij} \ge 0, \quad i = \overline{1,m} \text{ i } j = \overline{1,n}$$

**Vrlo često se već nakon prve faze metode DUALOC dobija optimalno rešenje

$$w_{ij} = \max\{v_i - t_{ij}, 0\}$$

4. Prekrivanje skupa

4.1. Set covering problem

- Odrediti optimalan broj novih objekata u zavisnosti od raspoloživih sredstava

$$(\min) f(y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j$$

p.o.

$$\sum_{j \in N_i} y_j \geq 1, \ i = 1,2,\ldots,m$$

$$y_j \in \{0,1\}, \ j = 1,2,\ldots,n$$

$$N_i = \{ j / t_{ij} \leq \bar{t}_i \}$$

4.2. Maximal covering problem

- Maksimizovati broj poseta ili poziva u odnosu na raspoloživa sredstva

$$(\min)\ f(y,c) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} N_{ij}c_{ij} \qquad N_{ij} = \begin{cases} N_i, & t_{ij} \le \bar{t}_i \\ 0, & t_{ij} < \bar{t}_i \end{cases}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \le 1,\ i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$\sum y_j = p.$$

5. Problem p-centara

- Odrediti lokacije p novih objekata tako da se minimizuju troškovi transporta korisnika u odnosu na najbliži objekat

$$\min f(y,c) = \max n_i \cdot t_{ij} \cdot c_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m, \; j = 1,2,\ldots,n,$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = 1, \; i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j, \; i = 1,2,\ldots,m; \; j = 1,2,\ldots,n$$

$$c_{ij}, y_j \in \{0,1\}, \; i = 1,2,\ldots,m; \; j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p.$$