DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

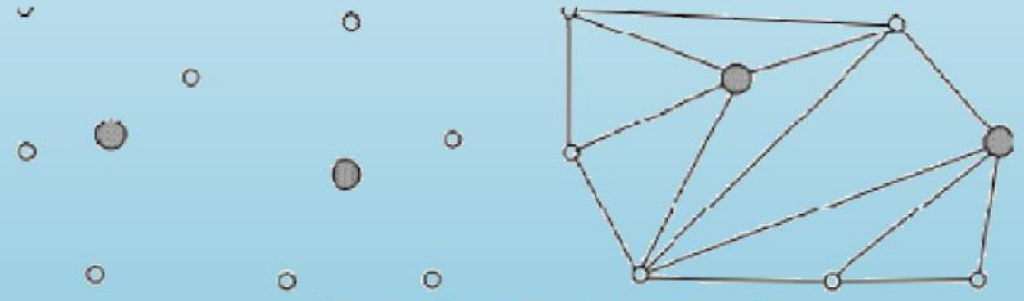
Lokacija i raspored objekata

- *Lokacijski modeli se bave zadacima izbora jedne ili više lokacija u prostoru određene dimenzionalnosti.*
- *U lokacijskim problemima dimenzije objekata koje je potrebno locirati zanemarljive su u odnosu na veličinu prostora u kome lokacije biraju (oblast, teritorija grada, regija itd).*
- *Teorija lokacije se zbog toga bavi problemima lociranja tačke u dvodimenzionalnom prostoru.*

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

Prema topografiji:

- DISKRETNI
- KONTINUALNI
- MREŽNI



Kontinualni i diskretni lokacijski problemi

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

Prema obliku funkcije cilja:

- Min – sum
- Min - max

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

Prema broju objekata:

- **Endogeni** (U Veberovom i lokacijskom – alokacijskom kontinualnom problemu, u diskretnim i mrežnim zadacima p-težišta i p-centra)
- **Egzogeni** (Jednostavni zemljišni problem, problem prekrivanja skupa)

DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

U diskretnom lokacijskom problemu treba izabrati jednu ili više novih lokacija (centara) iz konačnog, unapred zadatog skupa mogućih lokacija.

Prebrojavanjem svih mogućih kombinacija novih lokacija može se doći do optimalnog rešenja, odnosno do rešenja u kome funkcija cilja dobija minimalnu vrednost, ali u slučaju velikog broja korisnika i novih objekata, ovaj proces može na računaru trajati veoma dugo. Drugim rečima, većina diskretnih lokacijskih problema je nelinearno programiranje – teško. Zbog toga su i metode rešavanja najčešće heurističke.

KLASIFIKACIJA DISKRETNIH LOKACIJSKIH MODELA

- problemi sa jednim ili više novih objekata objekata,
- minisum ili minimax problem,
- lokacijski-alokacijski zadaci,
- problemi lociranja neželjenih objekata,itd.

1. LOKACIJA JEDNOG OBJEKTA

Analogni problem Veberovom (minimizovati ukupne troškove prevoza) u diskretnom slučaju (treba locirati samo jednu tačku) je:

$$(\min) f_j = \sum_{i=1}^{m} w_i d_{ij} \, .$$

gde su

m - broj datih tačaka korisnika

n_1 - broj mogućih lokacija

$w_i = n_i \cdot r_i$ (n_i - broj korisnika u i-toj tački)

r_i - cena jediničnog transporta od i-tog korisnika.

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & & \\ d_{m1} & & d_{mn} \end{bmatrix} \text{ - data rastojanja.}$$

PRIMER: IKEA

- Lokacija joj je podjednako pristupačna i stanovništvu iz centra grada i stanovništvu u okolnim naseljima;
- Prodaja nameštaja;
- Ukupni troškovi prevoza su minimalni.

2. P – TEŽIŠNI PROBLEM

- *Diskretna verzija lokacijsko-alokacijskog problema tj. - dat je skup U lokacija m korisnika i skup L lokacija n-potencijalnih potencijalnih novih objekata objekata.*
- *Potrebno je odrediti kojih* ***p*** *između njih* ***n*** *treba izabrati tako da* ***ukupni transportni troškovi*** *između novih objekata i korisnika budu* ***minimalni****, a da u potpunosti budu* ***zadovoljeni zahtevi*** *svih korisnika.*

2. P – TEŽIŠNI PROBLEM

$$(\min)\sum_{i=1}^{m}\min_{j\in J} t_{ij},$$

$$(\min) f(x,y)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\cdot x_{ij} \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=1,\ i=1,2,\ldots,m; \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j=p \tag{4}$$

$$1\le x_{ij}\le y_j,\ i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n, \tag{5}$$

$$y_j\in\{0,1\},\ j=1,2,\ldots,n, \tag{6}$$

gde su:

m – broj datih tačaka korisnika
n – broj mogućih lokacija
p – broj novih objekata
x_{ij} - proporcija zadovoljenja i-tog zahteva od j-tog snabdevača (alokacijske promenljive)
t_{ij} - cena transporta (ili rastojanje) od i-tog korisnika do j-tog novog objeka,

$$y_j=\begin{cases}0, & \text{ako ne treba otvoriti objekat na lokaciji } j,\\ 1, & \text{ako treba otvoriti objekat na } j\text{-oj lokaciji.}\end{cases}$$

Jednačine (3) u modelu iskazuju uslov da zahtev i-tog korisnika u potpunosti mora biti ispunjen, uslov (4) kaže da broj otvorenih objekata mora biti konačno p, dok uslovi (5) kažu da se korisnici mogu snabdevati samo u otvorenim objektima.

2. P – TEŽIŠNI PROBLEM

- *Pod pretpostavkom neograničenosti kapaciteta novih objekata svaki korisnik snabdevati kod svog najbližeg snabdevača, tj. kod onoga kod koga je cena transporta najmanja.*
- *Lokacijske promenljive Xij će u optimalnom rešenju dobiti vrednosti 0 ili 1 umesto uslova $1 \leq x_{ij} \leq y_j$*

PRIMER: TELENOR

- *Telenor u gradovima ima poslovnice na više lokacija i samim tim pokriva veći broj korisnika.*
- *Veliki izbor lokacija smanjuje troškove transporta.*

PRIMER: PICERIJA PONCHO

- *Restorani brze hrane se nalaze na više od 5 lokacija u gradu + dostava.*
- *Troškovi transporta minimalni.*

HEURISTIČKE METODE – POHLEPNA (GREEDY) HEURISTIKA

Ideja pohlepnih heuristika je u nalaženju najboljeg rešenja u svakom koraku. Polazi se od 0 i “grabežljivo” se ide ka rešenju.

1. Rešiti problem nalaženja jedne najbolje lokacije; na taj način je određena jedna od ukupno p novih tačaka.

2. Ako je broj novih objekata jednak p, kraj.

3. Pretpostavimo da je nađeno k novih lokacija. Izabrati k + 1 tačku među preostalim n – k, tako da kada se svakom korisniku pridodeli najbliži centar ukupna cena transporta bude najmanja. Preći na korak 2.

HEURISTIČKE METODE – ŠTEDLJIVA (KIR-JANJA) HEURISTIKA

*Polazi od pretpostavke da imamo **sve** (svih n objekata je već locirano) i u svakom koraku se trudimo da što **manje** izgubimo (izbacimo centar koji najviše opterećuje troškove transporta).*

***Cilj** je naravno da se dobije **dopustivo rešenje** i čim se to postigne, procedura je završena.*

ALTERNATIVNA HEURISTIKA

- *U diskretnom slučaju se naizmenično nalaze **nove lokacije** (na početku je to proizvoljan skup od p objekata) pa se zatim određuje gde će se koji korisnik snabdevati.*
- *Za tako dobijene grupe korisnika određuju se **novi bolji centri** (lokacije), ukoliko takvi postoje.*
- *Ako nema poboljšanja rezultata između 2 iteracije, heuristika prestaje sa radom.*

HEURISTIKA ZAMENE MESTA

Korak 1. Naći početno rešenje, tj. izabrati proizvoljan skup J, gde je J podskup skupa L, | J |= p , i naći vrednost funkcije.

Korak 2. Za svaki centar j iz skupa J i za svaki centar k iz skupa L \ J uraditi sledece:

(1) zameniti centar j iz rešenja jednim koji trenutno nije u rešenju (k);

(2) izracunati promenu u funkciji cilja f_{jk} nastalu ovom zamenom;

(3) zapamtiti indekse j i k gde je f_{jk} bilo najmanje i odgovarajuce indekse obeležiti sa j’ i k’

Korak 3. Ako je $f_{j'k'} > 0$, kraj (dobijen je tzv. lokalni minimum J);

Korak 4. Ažurirati novo rešenje kao J ← J \ { j’}U{k’} i preci na Korak 2.

3. JEDNOSTAVNI ZEMLJIŠNI PROBLEMI (JZP)

- Razlika izmedju p-težišnog i jednostavnog zemljišnog problema (JZP) je skoro neprimetna. Kod JZP se figuriše uslov da mora biti locirano tačno p novih objekata. Pored toga, u model su uključenii troškovi instalacije (otvaranja) novog objekta fj (cena zemljišta, cena gradnje i sl.)

Model ima oblik:

$$(\min) f(x,y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$

fj - cena postavljanja (izgradnje) j-te lokacije

$$0 \le x_{ij} \le y_j,\ i = 1,2,\dots,m;\ j = 1,2,\dots,n,$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\dots,n;$$

DUALOC

- Rešava dualni zadatak relaksacionog zemljišnog problema (JZP u kome je ograničenje tj. uslov celobrojnosti obrisan tj. relaksiran)
- Nalaženjem rešenja DRZP dobijamo donju granicu za primalni JZP zadatak
- Vrlo često se već nakon prve faze metode DUALOC dobija optimalno rešenje

$$\max_{v,w} g(v) = \sum_{i=1}^{m} v_i$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{m} w_{ij} \leq f_j, \quad j = \overline{1,n}$$

$$v_i - w_{ij} \leq n_i t_{ij}, \quad i = \overline{1,m} \text{ i } j = \overline{1,n}$$

$$w_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1,m} \text{ i } j = \overline{1,n}$$

4.a PREKRIVANJE SKUPA – SET-COVERING PROBLEM

U zadatku p - težišta, ne postoje ograničenja korisnika u pogledu novčanih maksimalnih sredstava $\bar{t}_i$. U zadatku prekrivanja skupa treba odrediti optimalan broj novih objekata u zavisnosti od raspoloživih sredstava, tj.,

$$(\min) f(y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j$$

p.o.

$$\sum_{j \in N_i} y_j \geq 1,\ i = 1,2,\dots,m$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\dots,n$$

gde je $N_i = \{ j / t_{ij} \leq \bar{t}_i \}$.

4.b PREKRIVANJE SKUPA – MAXIMAL COVERING PROBLEM

- *Maksimizovati broj poseta ili poziva u odnosu na novčana ograničenja.*

$$(\min) f(y,c) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} N_{ij} c_{ij} \quad N_{ij} = \begin{cases} N_i, & t_{ij} \le \bar{t}_i \\ 0, & t_{ij} < \bar{t}_i \end{cases}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \le 1, \ i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j$$

$$y_j \in \{0,1\}, \ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$\sum y_j = p.$$

5. PROBLEM P - CENTRA

Pitanje je kako odrediti lokacije p - novih objekata, tako da se minimizuju maksimalnitroškovi transporta korisnika, u odnosu na najbliži objekat.

$$\min f(y,c) = \max n_i \cdot t_{ij} \cdot c_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m, \quad j = 1,2,\ldots,n,$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = 1, \ i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j, \ i = 1,2,\ldots,m; \ \ j = 1,2,\ldots,n$$

$$c_{ij}, y_j \in \{0,1\}, \ i = 1,2,\ldots,m; \ j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p.$$

HVALA NA PAŽNJI!

Emilija Manojlović 531/16
Lola Maričić 732/16