

## PROBLEM PREKRIVANJA SKUPA

Korak 1. Ako je  $C_j = 0$  za svako  $j = 1, 2, \dots, n$ , dodeliti jedinicu  $X_j = 1$  i ukloniti sva ograničenja u kojima se  $X_j$  pojavljuje sa koeficijentom +1.

Korak 2. Ako je  $C_j > 0$ , za bilo koje  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $X_j$ , se ne pojavljuje sa koeficijentom +1 ni u jednom preostalom ograničenju, dodeliti mu vrednost  $X_j = 0$ .

Korak 3. Za sve preostale promenljive, utvrditi odnos  $c_j/d_j$ , gde je  $d_j$  broj ograničenja u kojima se  $x_j$  pojavljuje sa koeficijentom +1. Promenljivoj  $k$  čiji je količnik  $C_k/d_k$  najmanji, dodeliti  $x_k = 1$  i ukloniti sva ograničenja u kojima se  $x_k$  pojavljuje sa koeficijentom +1. Potom rešiti dobijeni model.

Korak 4. Ako nema više ograničenja, svim ostalim promenljivama dodeliti vrednost 0, što označava i rešenje problema. Ukoliko imamo ograničenja, ići na korak 1.

## REŠAVANJE VEBEROVOG PROBLEMA SA PRAVOUGAONOM METRIKOM

Ako su zadate tačke  $A_i = (a_1^i, a_2^i)$  i težinski koeficijenti tih tačaka  $w_i, i = 1, \dots, m$  algoritam za određivanje  $j$ -te koordinate je:

1. Sortirati koordinate tačaka  $A_i, i = 1, \dots, m$  u neopadajući niz. Dalje se pretpostavlja da ideks (i) raste po sortiranom redosledu:  $a_j^1 \leq a_j^2 \leq \dots \leq a_j^m$ . Moguća su dva slučaja:

2. Ako za neko  $k$  koje pripada skupu  $\{1, 2, \dots, m\}$  važi  $\sum_{i=1}^{k-1} w_i < \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m w_i < \sum_{i=1}^k w_i$  pri čemu za  $k=1$

leva strana nejednakosti jednaka 0, tada je tražena  $j$ -ta koordinata  $x_j^* = a_j^k$ .

3. Ako za neko  $k$  koje pripada skupu  $\{1, 2, \dots, m\}$  važi  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m w_i = \sum_{i=1}^k w_i$  tada je rešenje

višestruko, tj. tražena koordinata  $x_j^*$  može da ima bilo koju vrednost iz intervala  $[a_j^k, a_j^{k+1}]$ .

Primenjujući ovaj algoritam za  $j=1$ , a potom za  $j=2$  dobijaju se obe koordinate tačke  $X^*$ .

## VAJSFELDOV ALGORITAM ZA REŠAVANJE VEBEROVOG PROBLEMA

1. Izračunati međusobna rastojanja između svih  $m$  tačaka:

$$d(A_r, A_l) = \sqrt{(a_1^r - a_1^l)^2 + (a_2^r - a_2^l)^2}, \quad \forall r, l \in \{1, \dots, m\}$$

2. Proveriti da li za neku tačku  $r$  koja pripada skupu  $\{1, \dots, m\}$  važi:

$$c_r = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^m \frac{w_i (a_1^r - a_1^i)}{d(A_r, A_i)} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^m \frac{w_i (a_2^r - a_2^i)}{d(A_r, A_i)} \right)^2} \leq w_r$$

Ako je ovaj uslov ispunjen za neko  $r \Rightarrow$  KRAJ. Rešenje se nalazi u tački  $A_r$ . U suprotnom, ići na sledeći korak.

3. Stavimo da je  $k = 0$  i odredimo početno rešenje  $X^0 = (x_1^0, x_2^0)$  po formuli:

$$x_j^0 = \frac{\sum_{i=1}^m w_i a_j^i}{\sum_{i=1}^m w_i}, \quad j = 1, 2$$

4. Izračunati rastojanja između  $X^k = (x_1^k, x_2^k)$  i zadatih tačaka:

$$d(X^k, A_i) = \sqrt{(x_1^k - a_1^i)^2 + (x_2^k - a_2^i)^2}, \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

5. Računamo po iterativnoj formuli:

$$x_j^{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{w_i a_j^i}{d(X^k, A_i)}}{\sum_{i=1}^m \frac{w_i}{d(X^k, A_i)}}, \quad j = 1, 2$$

6. Ako je  $|x_j^{k+1} - x_j^k| < \epsilon$ , za svako  $j$  koje pripada skupu  $\{1, 2\} \Rightarrow$  KRAJ.  $X^{k+1}$  se usvaja kao "dovoljno dobro" rešenje. U suprotnom, staviti  $k=k+1$  i ići na korak 4.