DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

LOKACIJSKI PROBLEMI:

U UŽEM SMISLU: lociranje resursa, skladišnih objekata, terminala, pretovarnih mesta...

U ŠIREM SMISLU: određivanje pozicije jednog ili grupe objekata u prostoru određene dimenzionalnosti

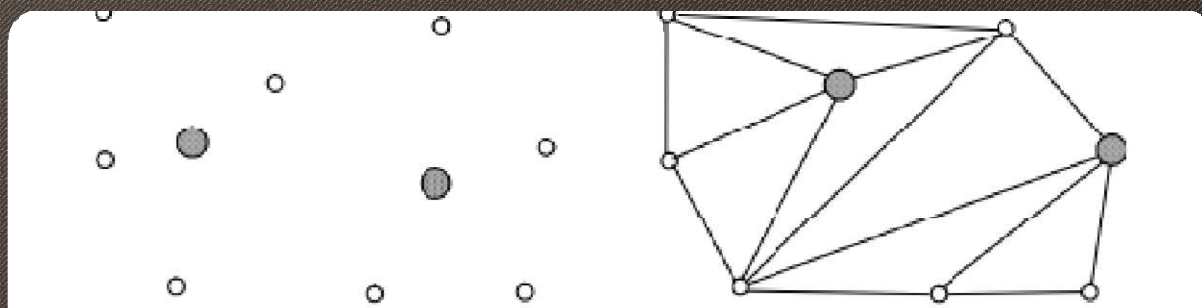
KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA:

1. Prema topografiji:

   - Diskretni

   - Kontinualni

   - Mrežni



Kontinualni i diskretni lokacijski problemi

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA

2. Prema obliku funkcije cilja:

- Min-sum
- Min-max

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA:

3. Prema broju objekata:

- Endogeni (U Veberovom i lokacijskom – alokacijskom kontinualnom problemu, u diskretnim i mrežnim zadacima p-težišta i p-centra)

- Egzogeni (Jednostavni zemljišni problem, problem prekrivanja skupa)

KLASIFIKACIJA LOKACIJSKIH MODELA:

- Statički i dinamički
- Jedno-kriterijumski i više-kriterijumski
- Jedno-robni i više-robni
- Neograničenog kapaciteta novih objekata i ograničenog kapaciteta novih objekata
- Deterministički i stohastički

DISKRETNI LOKACIJSKI MODELI

U diskretnom lokacijskom problemu treba izabrati jednu ili više novih lokacija (centara) iz konačnog, unapred zadatog skupa mogućih lokacija.

Prebrojavanjem svih mogućih kombinacija novih lokacija može se doći do optimalnog rešenja, odnosno do rešenja u kome funkcija cilja dobija minimalnu vrednost, ali u slučaju velikog broja korisnika i novih objekata, ovaj proces može na računaru trajati veoma dugo. Drugim rečima, većina diskretnih lokacijskih problema je nelinearno programiranje – teško. Zbog toga su i metode rešavanja najčešće heurističke.

KLASIFIKACIJA DISKRETNIH LOKACIJSKIH MODELA

- problemi sa jednim ili više novih objekata,
- minisum ili minimax problem,
- lokacijski-alokacijski zadaci,
- problemi lociranja neželjenih objekata,itd.

1. LOKACIJA JEDNOG OBJEKTA

Analogni problem Veberovom (minimizovati ukupne troškove prevoza) u diskretnom slučaju (treba locirati samo jednu tačku) je :

$$(\min) f_j = \sum_{i=1}^{m} w_i d_{ij} \ ,$$

gde su

m - broj datih tačaka korisnika

n_i - broj mogućih lokacija

$w_i = n_i \cdot r_i$ (n_i - broj korisnika u i-toj tački)

r_i - cena jediničnog transporta od i-tog korisnika,

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & & \\ d_{m1} & & d_{mn} \end{bmatrix} \text{- data rastojanja.}$$

PRIMER: VETERINARSKA STANICA

- Nalazi se podjednako udaljeno od centra grada i okolnih sela
- Pružaju se usluge lečenja kućnih ljubimaca i krupne stoke
- Ukupni troškovi transporta su minimalni

2. P – TEŽIŠNI PROBLEM

Dat je skup U lokacija m korisnika i skup L lokacija n potencijalnih novih objekata.

Treba odrediti kojih p između njih n treba izabrati tako da ukupni transportni troškovi između novih objekata i korisnika budu minimalni, a da u potpunosti budu zadovoljeni zahtevi svih korisnika.

(2) $$(\min) f(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

(3) $$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \,,\; i = 1,2,\ldots,m \,;$$

(4) $$\sum_{j=1}^{n} y_j = p$$

(5) $$1 \le x_{ij} \le y_j \,,\; i = 1,2,\ldots,m \,;\;\; j = 1,2,\ldots,n \,,$$

(6) $$y_j \in \{0,1\} \,,\; j = 1,2,\ldots,n \,,$$

Jednačine (3) u modelu iskazuju uslov da zahtev i-tog korisnika u potpunosti mora biti ispunjen, uslov (4) kaže da broj otvorenih objekata mora biti konačno p, dok uslovi (5) kažu da se korisnici mogu snabdevati samo u otvorenim objektima.

m – broj datih tačaka korisnika
n – broj mogućih lokacija
p – broj novih objekata
x_{ij} - proporcija zadovoljenja i-tog zahteva od j-tog snabdevača (alokacijske promenljive)
t_{ij} - cena transporta (ili rastojanje) od i-tog korisnika do j-tog novog objeka,

$$y_j = \begin{cases} 0, \text{ako ne treba otvoriti objekat na lokaciji } j, \\ 1, \text{ako treba otvoriti objekat na } j\text{-oj lokaciji.} \end{cases}$$

2. P – TEŽIŠNI PROBLEM

Primetićemo da će se zbog pretpostavke neograničenosti kapaciteta novih objekata svaki korisnik snabdevati kod svog najbližeg snabdevača, tj. kod onoga kod koga je cena transporta najmanja.

Iz tog razloga i lokacijske promenljive X_{ij} će u optimalnom rešenju dobiti vrednosti 0 ili 1. Dakle, umesto uslova $\mathbf{1} \leq \mathbf{X}_{ij} \leq \mathbf{y}_j$, može se pretpostaviti $\mathbf{X}_{ij} \in \{0,1\}$ takođe, pa dobijamo model **0-1** programiranja.

PRIMER: TEHNOMANIJA

- Prodajni objekti na više lokacija kako bi se pokrio što veći broj grupa korisnika i ciljnih grupa
- Tehnomanija se nalazi na nekoliko lokacija u Beogradu i tako smanjuje troškove transporta.

PRIMER: BIG PIZZA

- Postoji 8 picerija raspoređenih na teritoriji Beograda
- Vrši se dostava na kućnu adresu
- Smanjuju se troškovi transporta

NAJPOZNATIJE HEURISTIČKE METODE:

a) Pohlepna (Greedy) heuristika
b) Štedljiva (Kir - Janja) heuristika
c) Alternativna heuristika
d) Heuristika zamene mesta

POHLEPNA (GREEDY) HEURISTIKA

- Pronalaženje najboljeg rešenja u svakom koraku
- Polazi se od nule i "grabežljivo" se ide ka rešenju

1. Rešiti problem nalaženja jedne najbolje lokacije; na taj način je određena jedna od ukupno p novih tačaka.
2. Ako je broj novih objekata jednak p, kraj.
3. Pretpostavimo da je nađeno k novih lokacija. Izabrati k + 1 tačku među preostalim n – k, tako da kada se svakom korisniku pridodeli najbliži centar ukupna cena transporta bude najmanja. Preći na korak 2.

ŠTEDLJIVA (KIR-JANJA) HEURISTIKA

Polazi od pretpostavke da imamo sve (svih n objekata je već locirano) i u svakom koraku se trudimo da što manje izgubimo (izbacimo centar koji najviše opterećuje troškove transporta).

Cilj je naravno da se dobije dopustivo rešenje i čim se to postigne, procedura je završena.

ALTERNATIVNA HEURISTIKA

U diskretnom slučaju se naizmenično nalaze nove lokacije (na početku je to proizvoljan skup od p objekata) pa se zatim određuje gde će se koji korisnik snabdevati.

Za tako dobijene grupe korisnika određuju se novi bolji centri (lokacije), ukoliko takvi postoje; itd. Ako nema poboljšanja rezultata između 2 iteracije, heuristika prestaje sa radom.

HEURISTIKA ZAMENE MESTA

U heurističkoj metodi zamene se prvo nalazi proizvoljno rešenje, tj. bilo koji skup od p tačaka i nađe se vrednost funkcije cilja za to rešenje (naravno, pridruživanjem svakog korisnika najbližem centru).

1. $\subseteq$

2.
- Za svaki centar j iz skupa J i za svaki centar k iz skupa L \ uraditi sledeće:
  - zameniti centar j iz rešenja jednim koji trenutno nije u rešenju (k)
  - izračunati promenu u funkciji cilja f_{jk} nastalu ovom zamenom
  - zapamtiti indekse j i k gde je f_{jk} bilo najmanje i odgovarajuće indekse obeležiti sa j’ I k’

3.
- Ako je $f_{j'k'}$ > od 0, kraj (dobijen je tzv. Lokalni minimum J).

4.
- Ažurirati novo rešenje kao $J \leftarrow J \setminus \{j'\} \cup \{k'\}$ i preći na korak 2.

3. JEDNOSTAVNI ZEMLJIŠNI PROBLEMI (JZP)

Razlika izmedju p-težišnog i jednostavnog zemljišnog problema (JZP) je mala. U ovom drugom ne figuriše uslov da mora biti locirano tačno p novih objekata. Pored toga, u model su uključeni i troškovi instalacije (otvaranja) novog objekta f_j (cena zemljišta, cena gradnje i sl.)

Model ima oblik :

$$(\min) f(x,y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$

$$0 \le x_{ij} \le y_j,\ i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n;$$

f_j - cena postavljanja (izgradnje) j-te lokacije

DUALOC

- Rešava dualni zadatak relaksacionog zemljišnog problema (JZP u kome je ograničenje tj. uslov celobrojnosti obrisan tj. relaksiran)
- Nalaženjem rešenja DRZP dobijamo donju granicu za primalni JZP zadatak
- Vrlo često se već nakon prve faze metode DUALOC dobija optimalno rešenje

$$\max_{v,w} g(v) = \sum_{i=1}^{m} v_i$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{m} w_{ij} \le f_j, \quad j=\overline{1,n}$$

$$v_i - w_{ij} \le n_i t_{ij}, \quad i=\overline{1,m} \text{ i } j=\overline{1,n}$$

$$w_{ij} \ge 0, \quad i=\overline{1,m} \text{ i } j=\overline{1,n}$$

4.a PREKRIVANJE SKUPA – SET-COVERING PROBLEM

U zadatku p - težišta, ne postoje ograničenja korisnika u pogledu novčanih maksimalnih sredstava $\bar{t}_i$. U zadatku prekrivanja skupa treba odrediti optimalan broj novih objekata u zavisnosti od raspoloživih sredstava, tj.,

$$(\min) f(y) = \sum_{j=1}^{n} f_j y_j$$

p.o.

$$\sum_{j \in N_i} y_j \geq 1, \; i = 1,2,\ldots,m$$

$$y_j \in \{0,1\}, \; j = 1,2,\ldots,n$$

gde je $N_i = \{ j / t_{ij} \leq \bar{t}_i \}$.

PRIMER:

Trgovinsko preduzeće želi da otvori više maloprodajnih objekata na teritoriji grada Niša, sa namerom da pokrije svu teritoriju grada i da svaki klijent bude u mogućnosti da do njihovog objekta stigne u roku od 10 minuta. Grad Niš podeljen je na 8 gradskih blokova. Maloprodajni objekti mogu biti locirani u centar svakog bloka, a troškovi lociranja u svakoj zoni iznose
80, 50, 40, 95, 105, 90, 75, 100 hiljada novčanih jedinica. (ograničenje od 10 minuta podrazumeva da klijenti mogu da stignu za to vreme do centra svoje zone i do centara samo susednih zona) .

4.b PREKRIVANJE SKUPA – MAXIMAL COVERING PROBLEM

Maksimizovati broj poseta ili poziva u odnosu na novčana ograničenja.

$$(\min) f(y,c) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} N_{ij} c_{ij} \qquad N_{ij} = \begin{cases} N_i, & t_{ij} \leq \bar{t}_i \\ 0, & t_{ij} < \bar{t}_i \end{cases}$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \leq 1,\ i = 1,2,\ldots,m;$$

$$c_{ij} \leq y_j$$

$$y_j \in \{0,1\},\ j = 1,2,\ldots,n,$$

$$\sum y_j = p.$$

5. PROBLEM P - CENTRA

Pitanje je kako odrediti lokacije p - novih objekata, tako da se minimizuju maksimalni troškovi transporta korisnika, u odnosu na najbliži objekat.

$$\min f(y,c) = \max n_i \cdot t_{ij} \cdot c_{ij}, \quad i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,n,$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = 1, \; i = 1,2,\dots,m;$$

$$c_{ij} \le y_j, \; i = 1,2,\dots,m; \; j = 1,2,\dots,n$$

$$c_{ij}, y_j \in \{0,1\}, \; i = 1,2,\dots,m; \; j = 1,2,\dots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p.$$

HVALA NA PAŽNJI !

Ana Todorović 573/15
Katarina Hadžić 613/15